

## 4. Elenco dei moduli del primo tipo con i relativi contenuti

### 4.1. Settori FIS/01 (Fisica sperimentale) – FIS/02 (Fisica teorica, modelli e metodi matematici)

*Fisica I* (FIS/01 – FIS/02): Misure ed errori: unità di misura. I vettori in Fisica; indipendenza delle leggi dal sistema di coordinate. Cinematica del punto: legge oraria; velocità; accelerazione. I principi della dinamica. Dinamica del punto materiale non vincolato: oscillatore armonico in una e tre dimensioni; campi di forze centrali; il momento angolare; costanti del moto; orbite circolari nel moto kepleriano. Il terzo principio e le equazioni cardinali; sistemi isolati e la conservazione della quantità di moto; il sistema dei due corpi. Vincoli e reazioni vincolari. Il teorema delle forze vive; forze conservative e conservazione dell'energia. Il momento angolare assiale. Cambiamenti di riferimento: composizione delle velocità e formula di Coriolis per le accelerazioni. La dinamica nei riferimenti non inerziali.

*Fisica II* (FIS/01 – FIS/02): elettrostatica, correnti stazionarie.

*Fisica III* (FIS/01 – FIS/02): campo magnetico, leggi dell'induzione, onde.

### 4.2. Settore INF/01 (Informatica)

*Algoritmi e strutture dei dati* (INF/01): strutture dei dati, analisi di algoritmi e complessità, progetto di algoritmi.

*Architetture e reti* (INF/01): programmazione di rete, architetture.

*Fondamenti di programmazione* (INF/01): Facendo riferimento a uno specifico linguaggio di programmazione (C, Pascal, o Java) verranno trattati i concetti di: strutture iterative, funzioni, ricorsione, input/output, tipi di dati strutturati, cenni sulla programmazione ad oggetti. Inoltre verranno dati cenni sulla teoria dei linguaggi di programmazione (grammatiche a struttura di frase, alberi di derivazione), cenni sui modelli di calcolo astratti (automi a stati finiti e Macchine di Turing).

*Linguaggi di programmazione* (INF/01): macchine astratte, descrizione formale dei linguaggi di programmazione, tecniche di realizzazione.

### 4.3. Settore MAT/02 (Algebra)

*Aritmetica* (MAT/02): Induzione. Aritmetica degli interi, congruenze, principali strutture algebriche, omomorfismi, estensioni semplici di campi.

*Strutture algebriche* (MAT/02): Gruppi, azioni di un gruppo su un insieme, anelli, anelli speciali, elementi di teoria di Galois.

### 4.4. Settori MAT/02 (Algebra) – MAT/03 (Geometria)

*Geometria analitica e algebra lineare* (MAT/02 – MAT/03): Sistemi lineari; struttura lineare di  $\mathbf{R}^n$ ; spazi vettoriali, sottospazi e applicazioni lineari; determinanti; geometria analitica: mutue posizioni di rette e piani nello spazio; diagonalizzazione, triangolarizzazione di matrici e applicazioni lineari; teorema di Jordan; forme bilineari e teorema di Sylvester; teorema spettrale; classificazione delle forme quadratiche. [*Corso annuale da 14 crediti.*]

### 4.5. Settore MAT/03 (Geometria)

*Geometria e topologia differenziale* (MAT/03): varietà e mappe differenziabili, campi di vettori e 1-forme differenziali, grado, elementi di geometria differenziale per curve e superfici nello spazio euclideo.

*Geometria proiettiva* (MAT/03): Spazi e sottospazi proiettivi, proiettività, riferimenti proiettivi. Birapporto. Curve algebriche piane. Proprietà locali, risultante e teorema di Bezout. Coniche. Nozioni di base di topologia: spazi topologici, continuità, assiomi di separazione, connessione, compattezza, topologia quoziente. Struttura topologica di  $\mathbf{P}^n(\mathbf{R})$  e di  $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ .

*Topologia e analisi complessa* (MAT/03): gruppo fondamentale, rivestimenti, funzioni di una variabile complessa.

#### 4.6. Settore MAT/05 (Analisi matematica)

*Analisi funzionale* (MAT/05): Spazi di Hilbert. Basi ortonormali. Teorema di Riesz. Serie di Fourier. Spazi di Banach. Operatori e funzionali lineari. Teoremi di Hahn-Banach, di Banach-Steinhaus, e dell'applicazione aperta. L'integrale di Lebesgue. Spazi  $L^p$  e altri spazi classici.

*Calcolo differenziale* (MAT/05): Funzioni di più variabili reali. Limiti e continuità. Derivate parziali e teorema del differenziale totale. Massimi e minimi locali. Integrali multipli. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambiamenti di variabile. L'integrale di Lebesgue (cenni). Spazi metrici e nozioni di base di topologia. Convergenza uniforme di funzioni. Teorema delle contrazioni. Serie di potenze e serie di Fourier. Equazioni differenziali ordinarie e Teorema di Cauchy.

*Elementi di analisi matematica* (MAT/05): Funzioni elementari (potenze, esponenziali, logaritmi, eccetera). Connettivi e quantificatori logici. Teoria elementare degli insiemi. Numeri reali e complessi. Estremo superiore e inferiore. Limiti di successioni. Completezza e compattezza. Limiti di funzioni e funzioni continue. Teorema degli zeri e teorema di Weierstrass. Infiniti e infinitesimi. Derivate. Regole di derivazione. Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy. Formula di Taylor. Integrale di Riemann in una variabile. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Calcolo di integrali e primitive. Serie numeriche. Serie di potenze (cenni). Equazioni differenziali di tipo elementare. [Corso annuale da 14 crediti.]

*Integrazione* (MAT/05): Teorema delle funzioni inversa e della funzione implicita. Varietà in  $\mathbf{R}^n$ . Spazio tangente. Moltiplicatori di Lagrange. Curve in forma parametrica e loro lunghezza. Integrazione di campi di vettori (o di 1-forme) lungo una curva. Campi conservativi e potenziale. Superfici in forma parametrica e formula dell'area. Integrazione di un campo di vettori attraverso una superficie. Teoremi di Gauss-Green e di Stokes.

#### 4.7. Settore MAT/06 (Probabilità e statistica matematica)

*Elementi di probabilità e statistica* (MAT/06): modelli elementari di probabilità, variabili aleatorie, distribuzioni di probabilità discrete e continue, stime e test statistici, introduzione alla regressione lineare.

*Statistica matematica* (MAT/06): modelli statistici, stime di parametri, test di ipotesi, inferenza bayesiana.

#### 4.8. Settore MAT/07 (Fisica matematica)

*Meccanica razionale e analitica* (MAT/07): formulazione lagrangiana e hamiltoniana, principi variazionali.

*Sistemi dinamici* (MAT/07): equazioni differenziali ordinarie, sistemi dinamici continui e discreti, caos.

#### 4.9. Settore MAT/08 (Analisi numerica)

*Analisi numerica* (MAT/08): analisi degli errori, risoluzione di sistemi di equazioni lineari e non lineari, interpolazione e integrazione, trasformata discreta di Fourier, applicazioni.

*Calcolo scientifico* (MAT/08): sviluppo e analisi di algoritmi di matematica numerica e simbolica, problemi di minimi quadrati, decomposizione a valori singolari, calcolo di autovalori, algoritmi per polinomi.

#### 4.10. Settore MAT/09 (Ricerca operativa)

*Ricerca operativa* (MAT/09): grafi, programmazione lineare, programmazione intera, elementi di teoria dell'ottimizzazione.

## 5. Elenco dei moduli del secondo tipo con i relativi contenuti

#### 5.1. Settori FIS/01 (Fisica sperimentale) – FIS/02 (Fisica teorica, modelli e metodi matematici)

*Complementi di Fisica* (FIS/01 – FIS/02): dinamica dei sistemi, termodinamica.

### 5.2. Settore INF/01 (Informatica)

*Strutture algebriche dell'informatica* (INF/01): semantica dei programmi e funzioni/relazioni calcolabili, costrutti di programmazione (la semantica del *for* e del *while*), programmazione parallela, autoreferenzialità e categorie cartesiane chiuse.

### 5.3. Settore MAT/01 (Logica matematica)

*Elementi di logica matematica* (MAT/01): Teoria intuitiva degli insiemi, calcolo dei predicati, funzioni calcolabili.

*Istituzioni di logica matematica* (MAT/01): teorie formali e loro modelli, sistemi dimostrativi, teorie decidibili e indecidibili, compattezza, modelli *non-standard*, categoricità, teoremi di incompletezza di Gödel, indipendenza, interpretazioni.

*Elementi di teoria degli insiemi* (MAT/01): cardinali, ordinali, teoria assiomatica degli insiemi.

### 5.4. Settore MAT/02 (Algebra)

*Elementi di algebra commutativa* (MAT/02): anelli commutativi, moduli, localizzazione, anelli noetheriani, luoghi di zeri di polinomi, estensioni intere.

*Elementi di algebra computazionale* (MAT/02): algoritmi fondamentali di calcolo algebrico: GCD, fattorizzazione, risoluzione di sistemi non lineari, applicazioni.

*Metodi matematici della crittografia* (MAT/02): tecniche matematiche per la costruzione e la crittoanalisi di sistemi crittografici.

*Teoria dei campi e teoria di Galois* (MAT/02): estensioni algebriche ed estensioni trascendenti; chiusura algebrica, separabilità, teoria di Galois, estensioni abeliane, teoria di Kummer.

*Teoria dei codici correttori* (MAT/02): metodi matematici per la costruzione e lo studio di codici per il rilevamento e la correzione di errori di trasmissione.

*Teoria dei numeri elementare* (MAT/02): funzioni aritmetiche e loro prodotto di convoluzione. Comportamento asintotico delle principali funzioni aritmetiche. Caratteri di Dirichlet. Teorema dei numeri primi, primi nelle progressioni aritmetiche. Teoria aritmetica elementare delle frazioni continue.

### 5.5. Settore MAT/03 (Geometria)

*Elementi di geometria algebrica* (MAT/03): Varietà affini, proiettive e quasi-proiettive. Morfismi. Applicazioni razionali. Punti lisci e dimensione.

*Elementi di geometria differenziale* (MAT/03): fibrati, forme differenziali, connessioni, gruppi di Lie, metriche Riemanniane.

*Elementi di topologia algebrica* (MAT/03): Teorema di van Kampen, primo gruppo di omologia, classificazione delle superfici, cenni di omologia e coomologia.

### 5.6. Settore MAT/04 (Matematiche complementari)

*Matematiche elementari da un punto di vista superiore: aritmetica* (MAT/04): assiomatica, costruzione e rappresentazione dei numeri, algoritmi aritmetici, definizione costruttiva e definizione strutturale, categorie e funtori, la nozione di applicazione come elemento unificante della matematica.

*Matematiche elementari da un punto di vista superiore: geometria euclidea* (MAT/04): assiomatica di Hilbert, confronto tra assiomatiche diverse, la dimostrazione in geometria, il metodo di analisi e sintesi, la dimostrazione automatica.

*Storia del calcolo infinitesimale* (MAT/04): l'opera di Archimede, la rinascita degli studi archimedei nel XVI secolo e l'invenzione di oggetti e metodi generali (Cavalieri), la rivoluzione cartesiana, il problema delle tangenti e della determinazione dei massimi e minimi, Leibniz e Newton, il calcolo e la meccanica, l'opera di Eulero e la nascita del concetto di funzione.

*Storia del concetto di curva* (MAT/04): oggetti e metodi della geometria greca, le *Coniche* di Apollonio, il concetto di "luogo geometrico" e il metodo dell'analisi e sintesi, l'introduzione dell'algebra in geometria e la rivoluzione cartesiana, il problema delle tangenti e la nascita del calcolo.

*Storia dell'analisi nel XIX secolo* (MAT/04): le funzioni analitiche di Lagrange, le innovazioni di Cauchy, le serie di Fourier e la teoria dell'integrazione da Dirichlet a Riemann, Cantor e la nascita della teoria degli insiemi, Weierstrass e Dedekind (l'aritmetizzazione dell'analisi).

*Storia delle origini della rivoluzione scientifica* (MAT/04): l'opera meccanica di Archimede; Galileo e Archimede, l'idrostatica galileiana, la legge oraria del moto di caduta e la traiettoria parabolica dei proiettili, fisica e astronomia, i limiti della matematica galileiana, il calcolo infinitesimale e i *Principia* di Newton.

### 5.7. Settore MAT/05 (Analisi matematica)

*Elementi di calcolo delle variazioni* (MAT/05): problemi variazionali in una variabile, principi variazionali, geodetiche, sistemi dinamici, metodi elementari di analisi non lineare.

*Elementi di equazioni differenziali alle derivate parziali* (MAT/05): equazioni della meccanica e principio variazionale, equazioni di Laplace e di Poisson in due o in tre dimensioni, propagazione delle onde acustiche ed elettromagnetiche, equazioni di diffusione, sistemi dell'elasticità e dell'elettromagnetismo, cenni su leggi di conservazione.

*Metodi topologici in analisi globale* (MAT/05): elementi di analisi non lineare per alcuni problemi di tipo "globale", quali: il problema della sella, il punto fisso di Brower, le dimensioni e l'invarianza del dominio, la pettinabilità della sfera, il problema di Jordan. Applicazioni alle equazioni differenziali.

*Operatori differenziali* (MAT/05): Topologie deboli e spazi riflessivi. Esistenza del minimo per funzionali convessi su spazi riflessivi. Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Spazi di Sobolev. Convoluzione. Distribuzioni. Trasformata di Fourier. Soluzioni fondamentali. Applicazioni ad alcune equazioni alle derivate parziali.

### 5.8. Settore MAT/06 (Probabilità e statistica matematica)

*Probabilità* (MAT/06): elementi di teoria della misura, variabili aleatorie e loro leggi, indipendenza, speranza e varianza, leggi condizionali, speranze condizionali, funzioni caratteristiche, convergenze.

*Processi stocastici* (MAT/06): complementi di teoria dell'integrazione, martingale, catene di Markov, moto browniano.

### 5.9. Settore MAT/07 (Fisica matematica)

*Elementi di meccanica celeste* (MAT/07): problema dei due e tre corpi (ristretto) con integrazione numerica delle equazioni del moto, teoria delle maree, moti della terra come corpo esteso.

*Elementi di meccanica dei continui* (MAT/07): richiami di calcolo tensoriale, meccanica dei continui tridimensionali e dei continui unidimensionali (anche con struttura).

### 5.10. Settore MAT/08 (Analisi numerica)

*Metodi numerici per equazioni differenziali ordinarie* (MAT/08): risoluzione numerica di equazioni differenziali ordinarie ai valori iniziali e ai valori limite, metodi a un passo, metodi a più passi, metodi di *shooting*.

### 5.11. Settore MAT/09 (Ricerca operativa)

*Ottimizzazione combinatoria* (MAT/09): ottimalità e algoritmi, algoritmi euristici, tecniche di rilassamento, algoritmi enumerativi.

*Ricerca operativa e reti di comunicazione e di trasporto* (MAT/09): algoritmi *ad hoc* per problemi di flusso su rete, *routing* in reti di comunicazione, progetto di reti di comunicazione, reti di trasporto.

## 6. Elenco dei laboratori con i relativi contenuti

### 6.1. Settore INF/01 (Informatica)

*Laboratorio di comunicazione mediante calcolatore*: Cenni sull'Hardware: clock, CPU, RAM, I/O. Linux: il kernel, utenti e diritti, l'albero dei files, i filesystems i processi. Comandi principali. La bash e le console virtuali. Interconnessione di calcolatori in rete. Filosofia Client-Server. X11, i name server, telnet, ftp,

secure shell, finger, talk, lpr. E-mail. WWW. Scrittura di testi matematici in  $\text{\TeX}$ . Scrittura di pagine Web in html.

*Laboratorio di programmazione* [di appoggio a *Fondamenti di programmazione* (INF/01)]: Questo laboratorio ha l'obiettivo di rendere operative le nozioni trattate nel corso di Fondamenti di Programmazione, rendendo gli studenti in grado di tradurre un metodo di risoluzione astratto in un programma funzionante.

## 6.2. Altri laboratori

*Laboratorio computazionale*: programmazione di *software* matematico per problemi di matematica computazionale, sperimentazione e applicazione a problemi del mondo reale.

*Laboratorio computazionale numerico* [di appoggio a *Analisi numerica* (MAT/08)]: implementazione e analisi di algoritmi numerici.

*Laboratorio didattico di matematica computazionale*: sperimentazione al calcolatore su numeri, polinomi, funzioni reali, sistemi lineari, equazioni differenziali, e altri oggetti matematici.

*Laboratorio d'Informatica* [di appoggio a *Linguaggi di programmazione* (INF/01)]: programmazione di semplice *software* di base.

*Laboratorio sperimentale di matematica computazionale*: risoluzione al calcolatore di problemi matematici.