

Analisi Matematica II - 2014-2015

Ingegneria Civile, Ambientale, Edile

Paolo Acquistapace, Vincenzo M. Tortorelli

FOGLIO DI ESERCIZI n. 6, dal 12 marzo al 24 marzo 2015

Esercizio 1 Calcolare i limiti per $n \rightarrow \infty$ dei seguenti integrali:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin nx}{x^2 + n^2} dx, \quad \int_{\{x^2+y^2+z^2 \leq 1\}} \frac{xyz + n^2}{x^2 + y^2 + z^2 + n^2} dx dy dz, \quad \int_0^\pi \frac{n \sin x + x}{\sin x + n} dx.$$

Esercizio 2 Per quali $a > 0$ il seguente integrale esiste finito $\int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^{x-2-x^2} + \sin kx}{k^a + k^{-6} + 1} dx$?

Esercizio 3 Per quali a è finito $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\{x^2+y^2 \leq n^a\}} \frac{\arctan(n(x^2 + y^2))}{x^2 + y^2 + n^2} dx dy$?

Esercizio 4 Studiare la derivabilità a destra in $t = 0$ della funzione $\mathcal{I}(t) = \int_0^{+\infty} e^{-tx} \frac{1}{1+x^2} dx$.

Esercizio 5 Calcolare il limite per $x \rightarrow 0^+$ della funzione $\int_{x \log x}^{x^3} \sin \sin(xt) dt$.

Esercizio 6 a- Fissato $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ si calcoli il limite per $n \rightarrow +\infty$ di $f_n(x, y) = \frac{n}{\sqrt{n+(x-n)^2+(y-n)^2}}$.

b- Si calcoli $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left(\int_0^1 f_n(x, y) dy \right) dx$.

Esercizio 7 a- Si consideri, per $y > 0$ la funzione $f(x, y) = \frac{1}{y} \int_0^y e^{-(x-s)^2} ds$: si provi che $f(x, y) \rightarrow 0$ uniformemente in $x \in \mathbb{R}$ per $y \rightarrow +\infty$.

b- Si calcoli $\lim_{y \rightarrow +\infty} \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dx$.