

**Analisi Matematica II, Anno Accademico 2014-2015.**

**Ingegneria Edile, Civile, Ambientale**

Paolo Acquistapace, Laura Cremaschi, Vincenzo M. Tortorelli

Prova in itinere di autovalutazione, 15 Dicembre 2104

PRIMA PARTE: un'ora

|         |  |                 |  |
|---------|--|-----------------|--|
| COGNOME |  | N. MATRICOLA    |  |
| NOME    |  | ANNO ISCRIZIONE |  |

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- *compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo*
- scrivere alla fine di ogni esercizio *solo le risposte* ai quesiti richiesti nel dato ordine.
- il tutto sui fogli consegnati, *gli unici* da restituire.
- *ricopiare a parte* le vostre risposte per confrontarle con quelle ufficiali.

ESERCIZIO n.1 Si calcoli l'area **A** del triangolo di vertici  $(1, 1, 2)$ ,  $(2, -1, 3)$ ,  $(-1, 3, 2)$ .

**A=**

ESERCIZIO n. 2 Sia  $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}$ ,  $n \in \mathbf{N}$ ,  $x \geq 0$ :

a) si calcoli  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) =: f(x)$  b) la convergenza è uniforme ?

a)  $f(x) = \begin{cases} se \\ se \\ se \end{cases}$ , b)

ESERCIZIO n. 3 Si calcoli al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$  la minima distanza **D** rispetto alla seminorma  $L^2(-\pi; \pi)$  della funzione  $f(x) = \cos x$  dalle funzioni  $g_\alpha(x) = \alpha \cdot x$ . **D=**

ESERCIZIO n. 4 Per quali  $\alpha \in \mathbf{R}$  esiste  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{|x|^\alpha + |y|^{2\alpha}}$ .  $\alpha \in$

ESERCIZIO n. 5 Si scriva l'equazione del piano normale in  $(1, 1, 2)$  al luogo di zeri definito dalle equazioni  $xyz = 2$ ,  $xy + yz + xz = 5$ .

ESERCIZIO n. 6 Si calcoli il polinomio di Taylor del secondo ordine di centro  $x = 1$  per la funzione  $y = y(x)$  definita implicitamente intorno a  $(1, 0)$  da  $e^{x+y} + x^2 + y^2 - 2x = e - 1$ .

ESERCIZIO n. 7 Si scriva lo sviluppo di Taylor di ordine 7 e centro  $(0, 0, 0)$  di  $f(x, y, z) = \cos xyz - z \sin xy$ .

ESERCIZIO n. 8 Si determinino i valori  $\mathbf{V}_M$  di massimo,  $\mathbf{V}_m$  di minimo, per  $f(x, y, z) = x^2 - yz$  sulla palla unitaria definita da  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ .

$\mathbf{V}_M$

$\mathbf{V}_m$

**Analisi Matematica II, Anno Accademico 2014-2015.**

**Ingegneria Edile, Civile, Ambientale**

Paolo Acquistapace, Laura Cremaschi, Vincenzo M. Tortorelli

Prova in itinere di autovalutazione, 15 Dicembre 2104

SECONDA PARTE: due ore

|         |  |                 |  |
|---------|--|-----------------|--|
| COGNOME |  | N. MATRICOLA    |  |
| NOME    |  | ANNO ISCRIZIONE |  |

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

-*compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo*

- si risolva almeno un esercizio, in tutti i punti, *riportando con ordine* lo svolgimento della soluzione e *motivandolo accuratamente*.

---

ESERCIZIO n.1 Sia  $f_n(x, y) = \frac{2^n(x+y)}{1+2^n(x^2+y^2)}$ ,  $n \in \mathbf{N}$ ,  $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ .

- a) Si calcoli il limite puntuale  $f(x, y)$  di  $f_n(x, y)$  per  $n \rightarrow +\infty$ .
- b) Dato  $r > 0$  si provi che  $f_n$  converge uniformemente a  $f$  su  $\{(x, y) : x^2 + y^2 \geq r^2\}$ .
- c) Si mostri che la convergenza non è uniforme in  $\mathbf{R}^2$ .

---

ESERCIZIO n. 2 Per quali  $\alpha \in \mathbf{R}$  esiste  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{|y|^\alpha - x^2}}{x^2 + y^2}$ .

---

ESERCIZIO n. 3 a) Avendo a disposizione  $16cm^2$  di materiale, e volendolo utilizzare tutto per costruire una scatola a forma di parallelepipedo, si vogliono rinforzare i bordi con un nastro. Qual'è la lunghezza minima, in  $cm$ , di nastro che necessita?

b) Cosa dire della lunghezza massima?

c) Avendo anche a disposizione  $20 cm$  di nastro, e volendo utilizzare tutto il materiale, qual'è il volume massimo che si può ottenere?