

DICHIARAZIONE SOSTITUTIVA DI ATTO DI NOTORIETA'  
Articoli 19 e 47 del DPR 445 del 28/12/2000

IL sottoscritto Berselli Luigi Carlo, nato a Vicenza (VI) il 30/10/1972 e residente a Pisa (PI) Via Rosselmini n.7

Consapevole delle responsabilità penali previste dagli artt. 75 e 76 del DPR 445/2000 per le ipotesi di falsità in atti e dichiarazioni mendaci


DICHIARA

che quanto contenuto nel curriculum scientifico e didattico allegato alla presente dichiarazione è corrispondente al vero e di essere in possesso di tutti i titoli in esso riportati

Data 15 settembre 2015

Il Dichiarante

Luigi Carlo Berselli





# CURRICULUM VITÆ ET STUDIORUM

## di LUIGI CARLO BERSELLI

### Dati Personali

Nato a VICENZA il 30/10/1972, residente in PISA, Via Rosselmini n.7

### Studi

**Novembre 1991-Ottobre 1995**, alunno del corso ordinario presso la classe di SCIENZE della **Scuola Normale Superiore** di Pisa, superando tutti gli esami prescritti dall'ordinamento degli studi.

**Gennaio 1994**, studente visitatore presso **École Normale Supérieure** di Parigi.

**13 luglio 1995**, laurea in **Matematica**, indirizzo generale, con la votazione di **110/110 cum laude**, presso l'Università di Pisa, con la tesi di analisi matematica: "L'esistenza globale per le soluzioni delle equazioni di moto dei fluidi ideali", relatore il Prof. Hugo Beirão da Veiga e controrelatore il Prof. Sergio Spagnolo. Tale tesi è risultata vincitrice del premio 1997 dell'Accademia Olimpica di Vicenza.

**Novembre 1995-Ottobre 1999** studente della Scuola di Dottorato del Dipartimento di Matematica "L. Tonelli di Pisa (XI ciclo).

**11 luglio, 1997**, diploma in **Matematica** della **Scuola Normale Superiore** di Pisa, con la votazione di **70/70 cum laude**, discutendo anche risultati originali sull'argomento: "Metodi numerici per l'approssimazione delle equazioni della fisica matematica".

**28 febbraio 2000** conseguimento del titolo di **Dottore di ricerca in Matematica**, con la tesi dal titolo: "Some topics in fluid mechanics" tutori i Proff. Hugo Beirão da Veiga e Alberto Valli.

### Posizioni occupate e altri Titoli

**Novembre 1999-febbraio 2000**, **assegno di ricerca**, presso l'Università degli studi di Pisa. Titolo del progetto di ricerca: "Modelli matematici nell'ingegneria e nell'industria: aspetti teorici e computazionali."

**Marzo 2000-settembre 2006**, **ricercatore di ruolo** del s.s.d. MAT/05-*Analisi Matematica*, presso il Dipartimento di Matematica Applicata "U.Dini" dell'Università degli studi di Pisa.

**Ottobre 2006-oggi**, **professore associato** del s.s.d. MAT/05-*Analisi Matematica*, presso l'Università degli studi di Pisa.

**Dicembre 2013**, Abilitazione Scientifica Nazionale (2012) a Professore di Prima Fascia per il settore 01/A3, *Analisi Matematica, probabilità e statistica matematica*

## Indicatori bibliometrici

- Scopus: Documenti: 51, citazioni 304, h-index: 9;
- Web of Science: Documenti: 60, citazioni 304, h-index: 10;
- Mathematical Reviews: Documenti: 60, citazioni 481, h-index: 10.
- Google Scholar: citazioni 1079, h-index 16.

## Attività di ricerca

La mia attività di ricerca è stata rivolta principalmente allo studio di problemi connessi con le equazioni della meccanica dei continui e in particolare della meccanica dei fluidi ideali e non. Questo è un settore di ricerca molto ampio, a cavallo tra la scienza e la tecnologia. La meccanica dei fluidi è infatti considerata come una disciplina facente *...parte della matematica applicata, della fisica, di molti settori dell'ingegneria (civile, meccanica, chimica, aeronautica) della geofisica, dell'astrofisica a cui va aggiunto lo studio sia medico che dei fluidi biologici*. Nel corso della storia (a partire dalle ricerche di Archimede sul galleggiamento, che ha originato l'idrostatica ma anche il calcolo dei baricentri, fino ai lavori più applicati di von Neumann e Kolmogorov sugli aspetti computazionali, per citarne solo alcuni) la meccanica dei fluidi collega in maniera indissolubile gli aspetti più teorici con quelli più applicati e pone problemi che per loro natura sono spesso di carattere interdisciplinare.

In particolare, io mi sono occupato di alcune tematiche, anche applicate, ma trattate con le tecniche proprie dell'Analisi Matematica. I principali risultati ottenuti sono catalogati e nelle seguenti 5 sezioni, omogenee per argomento:

- Soluzioni deboli e forti per le equazioni alle derivate parziali di Eulero e Navier-Stokes;
- Limiti singolari e comportamento asintotico;
- Metodi di grande scala (LES) per flussi turbolenti;
- Fluidi non Newtoniani: teoria e approssimazione numerica.
- Applicazione dell'Analisi Matematica allo studio di fluidi biologici e geofisici;

Per ogni sezione sono brevemente descritti i risultati più rilevanti e quelli che hanno avuto più impatto nella letteratura.

Le diverse sezioni differiscono sia per i risultati, sia per le tematiche affrontate, sia per le riviste in cui sono stati pubblicati i risultati, ma soprattutto differiscono per le tecniche metodologiche e matematiche che sono state usate.

**Soluzioni deboli e forti per le Equazioni alle Derivate Parziali di Eulero e Navier-Stokes.** Uno dei problemi ormai classici (tanto da essere identificato come uno dei *"Millennium Prize Problems"* del Clay Institute) relativi alle equazioni della fluidodinamica incomprimibile è quello della regolarità delle soluzioni deboli di Leray-Hopf per le equazioni di Navier-Stokes tridimensionali. Relativamente a questo problema sono stati determinati vari criteri (condizioni sufficienti) che assicurerebbero, se soddisfatti, l'unicità e la regolarità in grande delle soluzioni. I criteri più studiati sono collegati alle proprietà di riscaldamento (*scaling*) delle equazioni e al fatto che le equazioni di Navier-Stokes tridimensionali sono *sopra-critiche*. Riguardo a questo

specifico filone di ricerca, iniziato da lavori di J. Leray, G. Prodi e J. Serrin una delle condizioni più studiate è quella negli spazi di Lebesgue: si ha regolarità se la velocità appartiene allo spazio  $L^p(0, T; L^q)$  con  $\frac{2}{p} + \frac{n}{q} = 1$ , dove  $n$  è la dimensione spaziale. In particolare, nelle pubblicazioni [31, 10, 9, 4] ho ottenuto l'estensione di tali risultati, che riguardavano solo la velocità, anche ad altri campi di interesse fisico, come il gradiente della velocità, il rotore, il rotore del rotore e il campo di pressione. Inoltre, in alcuni casi è possibile, usando speciali cancellazioni e integrazioni per parti, considerare criteri che coinvolgono solo alcune componenti di tali campi [12], oppure raffinare alcune delle stime con termini logaritmici [61] o anche negli spazi  $L^p_w$ -deboli di Marcinkiewicz [16]. Le dimostrazioni richiedono, oltre all'uso di svariate disuguaglianze per spazi di Sobolev, l'identificazione di opportune funzioni test. Nella mia ricerca ho sempre cercato di dare particolare enfasi allo studio del problema al contorno in presenza di varie condizioni al bordo, problema che risulta tecnicamente molto più complesso di quello di Cauchy. Nella pubblicazione [18] (e il corrigendum riguarda solo una precisazione sulla nozione di soluzione) viene trattato un caso limite, vengono studiate soluzioni ultra-deboli (*very-weak*) e soprattutto viene usata, in maniera nuova, la tecnica di dualità non per provare l'unicità, come si fa generalmente, ma per provare la regolarità di una classe di soluzioni.

Uno dei temi più promettenti degli ultimi due decenni riguardo alla questione della regolarità delle soluzioni deboli è quello della ricerca di criteri *geometrici* per la regolarità. In particolare nelle pubblicazioni [30, 26, 8] viene migliorato un criterio di P. Constantin e C. Fefferman relativo all'allineamento del campo di vorticità. Usando stime fini tipiche dell'analisi armonica, come lo studio dei nuclei di Riesz e la disuguaglianza di Hardy-Littlewood-Sobolev, si rilassano i criteri noti dalla Lipschitzianità alla  $1/2$ -Hölderianità. Poi tale criterio è stato esteso al problema al contorno usando in maniera opportuna la teoria delle funzioni di Green e una rappresentazione esplicita della legge di Biot-Savart, grazie alla applicazione di una teoria sviluppata da V.A. Solonnikov negli anni '70. Infine sono state escluse singolarità anche in casi meno regolari in cui la direzione della vorticità risulta discontinua, ma con salti sufficientemente piccoli. Inoltre, in [29] è stato introdotto un nuovo criterio, relativo alla *elicità*, basato su una approssimazione discreta delle equazioni.

Recentemente, ho considerato anche la questione della costruzione di soluzioni "*suitable*," che sono alla base del famoso risultato di regolarità parziale di Caffarelli-Kohn-Nirenberg. In particolare nelle pubblicazioni [67, 64] viene dimostrato come alcuni schemi di approssimazione classici, come le differenze finite nel tempo e la compressibilità artificiale, portino alla costruzione di soluzioni deboli che soddisfano non solo la disuguaglianza globale dell'energia, ma anche la *disuguaglianza locale dell'energia*. (Altri risultati relativi alla completa discretizzazione spazio-temporale sono in corso di stesura). Quelle costruite risultano pertanto soluzioni per le quali si può trattare il problema della regolarità parziale e stimare la dimensione di Hausdorff delle possibili singolarità.

Sono stati dati altresì alcuni contributi anche alla teoria della regolarità fino al bordo per il problema di Stokes lineare. In particolare nella pubblicazione [56] viene fornita una dimostrazione nuova e breve del risultato classico di regolarità di L. Cattabriga nel caso non Hilbertiano. Il guadagno di due derivate per la velocità e di una per la pressione, rispetto alla forza esterna (negli spazi di Sobolev  $W^{k,p}$ ) viene ottenuto usando il teorema del punto fisso e la teoria di Agmon-Douglis-Nirenberg, ma senza usare la teoria dei potenziali idrodinamici. Nelle pubblicazioni [35, 34] vengono poi studiate speciali classi di soluzioni con condizioni al bordo di tipo Navier (condizioni che coinvolgono la parte tangenziale della velocità e componenti normali del vettore di Cauchy). Sempre relativamente alle condizioni di Navier in [21] viene studiato problema evolutivo con generazione di vorticità al bordo che porta a dover considerare in maniera naturale sistemi di equazioni con forze esterne poco regolari e per i quali non possono essere usati direttamente i teoremi usuali di esistenza, già per il problema linearizzato.

In [55] viene trattato un problema di filtrazione, in un mezzo poroso che soddisfa la legge di Darcy con permeabilità variabile nello spazio. Il problema viene ricondotto a quello di determinare il profilo dell'interfaccia, che evolve secondo una equazione integro-differenziale che coinvolge degli integrali singolari. Usando la condizione di stabilità di Rayleigh-Taylor e un numero sufficiente di derivate, si riesce a ottenere una disuguaglianza differenziale per la norma negli spazi di Sobolev, che permette poi di costruire la soluzione. Le stime richiedono, oltre alle disuguaglianze classiche negli spazi di Sobolev, anche una analisi esplicita e precisa degli integrali al valore principale che entrano nelle equazioni. I risultati teorici sono poi completati da alcuni esperimenti numerici che suggeriscono quali potrebbero essere i possibili scenari di formazione di

singularità.

Particolare interesse storico hanno avuto alcune soluzioni delle equazioni di Eulero con vorticità concentrata in punti (caso bidimensionale) e in linee regolari (caso tridimensionale). Tali soluzioni, in un senso appropriato, sono state usate rispettivamente da T. von Kármán per lo studio della stabilità dei profili alari e da Lord Kelvin per studiare gli anelli di fumo e formulare una teoria dell'atomo. Nelle pubblicazioni [23,13] il problema viene formulato, nell'ipotesi di Rosenhead che la singularità principale sia rimossa, come un problema geometrico di evoluzione spaziale di una curva che si muove con velocità determinata (tramite la legge di Biot-Savart) dalla curva stessa. Una volta riformulato, il problema può essere trattato con l'analisi di Fourier e i teoremi di punto fisso, tecniche tipiche delle equazioni non-lineari. Viene prima dimostrato un teorema di esistenza locale in spazi di Sobolev e poi viene dimostrato un teorema di esistenza globale nel caso in cui la regolarizzazione abbia alcune proprietà specifiche e facilmente verificabili. La teoria sviluppata in [23] permette di trattare anche modelli più generali come gli anelli di Buttké, basati su di una trasformazione di gauge delle equazioni di Eulero, nota come gauge geometrica. Tali oggetti che coinvolgono una nuova variabile chiamata magnetizzazione sono oggetto di studi numerici e sono particolarmente utili nella discretizzazione delle equazioni. I risultati teorici di esistenza sono quindi utili per la validazione di tali modelli.

**Limiti singolari e comportamento asintotico.** Nell'ambito delle Equazioni alle Derivate Parziali, un argomento molto studiato è quello che riguarda il comportamento delle soluzioni in termini di un parametro, specie quando il variare di quest'ultimo fa cambiare la natura del problema. Nel caso della meccanica dei fluidi è di particolare interesse il limite in cui la viscosità si annulla e da un sistema parabolico si passa a uno iperbolico. Tra i contributi più rilevanti ci sono quelli dati da T. Kato a partire dagli anni '70. Nelle pubblicazioni [52,51,46,38] è stato trattato il problema della convergenza in norme forti delle soluzioni regolari del problema di Navier-Stokes verso quelle di Eulero, quando vengono imposte condizioni al bordo di scivolamento (*slip*) e condizioni sul campo di vorticità. L'analisi precisa sia dell'equazione soddisfatta dal rotore della velocità, sia di quella soddisfatta dal rotore del rotore, permette di identificare una classe ampia di dati iniziali tali che si ha convergenza verso le soluzioni di Eulero con lo stesso dato iniziale, senza la creazione dello strato limite e di una singularità vicino al bordo. In particolare, vengono usate in maniera sostanziale le disuguaglianze per campi vettoriali armonici, gli spazi di Sobolev tangenziali e normali in cui si ha controllo di divergenza e rotore (invece che del gradiente completo) e la tecnica delle caratteristiche per avere una formula di rappresentazione esatta, per trattare in maniera esplicita l'evoluzione del campo di vorticità.

Tecniche simili sono usate poi in [39] per costruire soluzioni deboli del problema di Eulero bidimensionale sotto ipotesi meno stringenti (rispetto a quelle usuali dei lavori classici di V.I. Yudovich e C. Bardos) di regolarità della forza esterna. Metodi simili a quelle dei limiti singolari e delle onde non-lineari, basati su opportune regolarizzazioni dei dati iniziali (con parametro di regolarizzazione dipendente dalla viscosità) sono poi impiegate in [40] per dimostrare la *stabilità strutturale* delle equazioni di Navier-Stokes-Voigt, che sono un modello molto popolare per fluidi viscoelastici o turbolenti.

Per quello che riguarda il comportamento asintotico, nella pubblicazione [14] viene dimostrata l'esistenza di attrattori per le equazioni di superficie quasi-geostrofiche. Tali equazioni sono un modello scalare e bidimensionale che ha molte analogie geometriche con le equazioni tridimensionali di Eulero e Navier-Stokes e che era stato identificato a partire dal 1990 da Constantin, Lax, Majda, Fefferman... come equazione semplificata –ma al tempo stesso *challenging*– da studiare per trovare nuovi spunti per la possibile soluzione di problemi classici della meccanica dei fluidi. Le linee di livello del gradiente della temperatura scalare infatti evolvono tramite una equazione non lineare molto simile a quella di Eulero, ma risultano più semplici coinvolgendo solo 2 variabili spaziali.

In [3] il problema delle proiezioni determinanti, cioè di un numero finito di oggetti (per esempio modi di Fourier) che cattura asintoticamente tutta la dinamica di un sistema infinito-dimensionale, viene studiato per le equazioni di reazione diffusione e per quelle Navier-Stokes, entrambe perturbate da un termine stocastico.

Il primo risultato di riduzione finito dimensionale per le equazioni dei fluidi è quello di Foias e Prodi negli anni 60 nel caso deterministico. L'introduzione del termine stocastico richiede di usare in maniera sostanziale alcuni risultati relativi agli attrattori *random* per tali equazioni.

Nell'ambito del comportamento qualitativo e asintotico dei sistemi dinamici un ruolo speciale è giocato dalle soluzioni quasi periodiche (*almost periodic*). In [44] viene studiata l'esistenza di soluzioni quasi periodiche per uno dei cosiddetti problemi di Leray, cioè per lo studio del moto di un fluido in tubi infiniti e soggetto a un vincolo sul flusso, che viene assegnato come funzione del tempo. In questo caso si ha a che fare con un problema che per sua natura risulta *inverso* e il corrispondente problema stazionario è stato studiato oltre che da J. Leray, da C.J. Amick, O.A. Ladyzhenskaya, V.A. Solonnikov. Il problema evolutivo è stato trattato solo recentemente nel caso periodico da H. Beirão da Veiga e K. Pileckas, ma considerare il flusso assegnato quasi periodico ha richiesto sia l'utilizzo di tecniche abbastanza diverse, sia di un quadro funzionale opportuno. Sono stati ottenuti due risultati diversi: uno nello spazio di Stepanov, e uno più generale usando la trasformata generalizzata di Fourier e lo spazio delle funzioni quasi periodiche di Besicovitch, che è un esempio di spazio di Hilbert non separabile.

In [59,53] viene studiata l'esistenza di soluzioni quasi periodiche per il problema di Eulero, con un termine dissipativo di ordine zero. Tali equazioni sono anche usate per studiare il moto di un fluido in presenza di superfici rugose. In questo caso il passo fondamentale è quello di identificare una topologia forte abbastanza per avere unicità e controllo del gradiente della velocità, ma debole abbastanza per avere le stime uniformi necessarie per dimostrare l'esistenza di soluzioni quasi periodiche. Nel caso di Eulero bidimensionale usando risultati di H. Beirão da Veiga, H. Koch e M. Vishik abbiamo trovato come spazio naturale quello in cui la vorticità è continua nel tempo, a valori nello spazio delle funzioni Dini-continue nelle variabili spaziali. Usando in maniera esplicita la formula risolutiva dell'equazione del trasporto per controllare il *modulo di continuità* del rotore si riesce a dimostrare l'esistenza di soluzioni quasi periodiche nel senso di Stepanov.

**Metodi di grande scala (LES) per flussi turbolenti.** Uno dei problemi irrisolti relativi della meccanica classica è quello della turbolenza e dell'apparenza caotica del moto dei fluidi, eccetto che in alcune situazioni di moti molto lenti e in domini non complessi. La complessità e la apparente casualità di un moto turbolento aveva portato J. Leray a definire turbolente le soluzioni deboli, di cui non si riesce tuttora a dimostrare l'unicità. Con O. Reynolds, a fine Ottocento, si sono formulati i primi criteri quantitativi per distinguere un flusso laminare da uno turbolento, ma l'ingresso a pieno titolo di questo argomento nella matematica avviene con i lavori di A.N. Kolmogorov a partire dal 1941. In particolare, viene evidenziato come, sotto opportune ipotesi probabilistiche abbastanza realistiche sulla velocità, ci siano alcune leggi quantitative che guidano la dinamica del trasporto dell'energia fra le diverse scale (intese nello spazio delle frequenze). La teoria di Kolmogorov predice anche quale sia la dimensione della scala minima che è necessario risolvere per catturare la dinamica di un flusso turbolento. Essendo questa scala minima estremamente piccola, ciò pone dei limiti insormontabili (dal punto di vista della complessità computazionale) all'approssimazione numerica di numerosi problemi, come quelli connessi alla meteorologia, allo studio della circolazione globale atmosferica, alla progettazione di automobili, navi, aerei, valvole cardiache....e sostanzialmente a qualsiasi tematica che abbia a che fare con il moto in fluidi reali. Un paradigma che guida però le attività tecnologiche connesse con il moto dei fluidi è costituito dal fatto che spesso non è necessaria una conoscenza completa del fluido, perchè le sue "*proprietà medie*" sono spesso molto migliori di quelle puntuali. Quando si parla di proprietà medie si può quindi pensare a medie su esperimenti o realizzazioni diverse, a medie temporali e/o spaziali, anche a medie di tipo *differenziale* ottenute risolvendo problemi alle derivate parziali. Uno dei problemi fondamentali è quello di scrivere le equazioni per le scale più grandi (che possono essere calcolate in maniera accurata), modellizzando l'effetto su di esse delle scale più piccole (che sono sconosciute e non possono essere calcolate). Il primo esempio di tali metodi viene da J. Boussinesq che propose nella seconda metà dell'800 il primo dei metodi cosiddetti di *eddy viscosity*, usando l'ipotesi che in media le fluttuazioni turbolente abbiano l'effetto di aumentare la viscosità.

Nella monografia *Mathematics of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows* (2006) Springer series in Scientific Computation, abbiamo fatto un review –fino a circa il 2005– dei risultati rigorosi dal punto di vista matematico sui metodi di grande scala (*Large Eddy*). Tale monografia risulta l'unica a trattare gli

aspetti più rigorosi di questo settore molto ampio di ricerca in cui si cercano di determinare le equazioni risolte dal flusso medio e si analizzano le sue proprietà. Oltre a raccogliere e inquadrare una selezione della letteratura, abbiamo presentato e derivato modelli nuovi dal punto di vista della modellizzazione e della analisi matematica e abbiamo anche evidenziato alcuni dei problemi non risolti più interessanti che coinvolgono la matematica dei metodi di grande scala.

Successivamente ho continuato a lavorare sull'argomento e tra i risultati più teorici nelle pubblicazioni [49,47,45,42] abbiamo ottenuto i primi risultati rigorosi di convergenza delle soluzioni di un modello verso la media delle soluzioni deboli di Leray-Hopf. In particolare in tali pubblicazioni viene considerata una classe di equazioni approssimanti basate sulla media delle equazioni tramite un filtro differenziale: il campo medio viene definito tramite l'applicazione dell'operatore inverso di Helmholtz  $(I - \alpha^2 \Delta)^{-1}$  e si applica quella che viene chiamata deconvoluzione inversa. Usando tecniche tipiche della teoria dei segnali e della *ricostruzione delle immagini* si introducono famiglie di operatori di ordine zero che approssimano il Laplaciano. In particolare, viene usata la serie troncata di Neumann e l'approssimazione di van Cittert. Una precisa analisi delle frequenze e la derivazione di nuove stime a priori ci ha permesso di dimostrare che, a fissato ordine di deconvoluzione, il sistema ottenuto per le quantità medie ha soluzione unica, globale e che soddisfa l'uguaglianza dell'energia. Quando l'ordine di deconvoluzione tende a infinito le soluzioni convergono verso la media di una soluzione di Leray-Hopf, e per cui vale solo la disuguaglianza dell'energia.

Questo tipo di tecnica e di definizione del campo medio, che richiede la soluzione di una equazione differenziale, è perfettamente giustificata nel caso periodico. La presenza di un bordo solido è uno dei maggiori problemi sia nella derivazione dei modelli che nella soluzione delle equazioni: questo è dovuto alla presenza di *errori di commutazione* tra gli operatori differenziali presenti nelle equazioni e il filtro ottenuto tramite l'operatore di Helmholtz inverso. Nelle pubblicazioni [25,22] abbiamo studiato sia in maniera teorica che numerica gli errori di commutazione per alcune classi di problemi e in ipotesi minime di regolarità. Si evidenzia come essi siano tra le fonti più rilevanti di errore e siano pertanto da tenere in grossa considerazione da chi si occupa della derivazione dei modelli.

Per poter trattare i problemi in presenza di fluidi confinati da un bordo solido nelle pubblicazioni [65,62,41] è stata introdotta una nuova classe di operatori di filtraggio, basati su operatori differenziali che agiscono solo nelle direzioni tangenziali al bordo. In tal modo si possono annullare gli errori di commutazione, ma l'analisi delle equazioni diventa più complessa. Usando idee tipiche dei fluidi in rapida rotazione, i sistemi di equazioni alle derivate parziali ottenuti applicando filtri anisotropi possono essere trattati mediante una analisi separata delle variabili e delle incognite tangenziali e normali. Una ulteriore motivazione per l'uso di queste tecniche anisotrope viene anche dai lavori più applicativi sulle equazioni di Boussinesq [37,36] e particolare cura è richiesta per trattare il temine di *trasporto* per la densità in cui velocità e densità entrano nelle equazioni in maniera non-simmetrica.

Altri risultati sono stati ottenuti per modelli basati su approssimazioni diverse e in particolare per quelli derivanti dall'approssimante di Padé (usata per approssimare il nucleo Gaussiano). Sono stati dimostrati una serie di risultati teorici [15,11,17] di buona positura dei modelli; questi risultati sono stati ottenuti introducendo per la prima volta in questo ambito lo studio di opportune norme di Sobolev negative, collegate a funzioni test specifiche e adattate al problema. Questa tecnica si è poi rivelata standard per studiare tutta la classe di  $\alpha$ -modelli usati nei metodi di grande scala (Leray- $\alpha$ , Navier-Stokes- $\alpha$ , Navier-Stokes- $\omega$ , Navier-Stokes- $\alpha$ - $\beta$ , Voigt e varianti con deconvoluzione approssimata.)

Tramite le equazioni stocastiche sono stati anche ottenuti in [32] legami tra la teoria di Kolmogorov e alcuni metodi di LES, collegando lo scaling Browniano con il metodo generalizzato di Smagorinsky. Alcuni problemi di stabilità sono stati anche studiati sia teoricamente, che numericamente, ma anche con programmi per il calcolo simbolico in [24,20]. In particolare sono state evidenziate (in maniera inaspettata) classi ampie di soluzioni esatte collegate con i cosiddetti vortici di Taylor. È stata studiata anche l'evoluzione del cosiddetto campo ABC/Arnold-Beltrami-Childress, che è stato proposto e analizzato da V. Arnold e S. Childress come uno dei più promettenti per studiare le eventuali singolarità delle equazioni di Eulero. In questo caso viene studiata l'evoluzione del campo di velocità che si origina al tempo iniziale da uno analitico, di espressione elementare, ma che presenta una topologia complessa quando si vanno a considerare le linee integrali della sua vorticità. Dato che le linee di vorticità sembrano tendere a annodarsi (accentuando la curvatura) in



maniera complessa fino a poter creare delle singolarità, questo risulta un caso test ormai universale per lo studio dei flussi turbolenti e per la ricerca di possibili singolarità non auto-simili.

**Fluidi non Newtoniani: teoria e approssimazione numerica.** Nei fluidi Newtoniani il tensore degli stress dipende linearmente da quello di deformazione e si hanno sostanzialmente le equazioni di Navier-Stokes. Se ciò non vale (e si hanno tantissimi esempi di materiali che rispondono in maniera complessa e non lineare agli stress applicati, come per esempio ketchup, dentifricio, polimeri, fluidi sensibili al campo elettrico....) si parla di fluidi non Newtoniani e tra questi io ho principalmente studiato quelli incomprimibili in cui la viscosità dipende in maniera non lineare dal modulo del tensore di deformazione  $\mathbf{Du} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u})$  o anche dal campo elettrico. Nelle pubblicazioni [33,27] vengono studiate alcune questioni di esistenza e regolarità per una classi di fluidi in cui il tensore degli stress ha la forma (chiamata  $p$ - $\delta$  struttura)  $\mathbf{S}(\mathbf{Du}) = (\delta + |\mathbf{Du}|)^{p-2} \mathbf{Du}$ , con  $p < 2$ , e  $\delta \geq 0$ . In particolare nel caso stazionario viene studiata la regolarità fino al bordo usando tecniche classiche come le traslazioni di Nirenberg. La combinazione del vincolo di incomprimibilità con la parte principale non-lineare non permette di ottenere risultati ottimali, specie nelle direzioni ortogonali al bordo e in [27] viene introdotto l'uso di teoremi di immersione di Sobolev anisotropi tipo Troisi, accoppiato con un procedimento di iterazione fino a ottenere i risultati di regolarità a tutt'oggi più fini nel caso di bordo piatto. Estensioni al caso non piatto ottenuti in maniera simile alle usuali traslazioni, ma con opportuni incrementi che seguono la curvatura del dominio sono trattate in [63] e in altri lavori in via di stesura.

In [33] viene trattato il caso evolutivo e periodico nelle variabili spaziali, ottenendo in particolare, tramite uso del Laplaciano come funzione test, sia in  $L^2$  che quasi ovunque, delle stime uniformi in  $\delta$  che permettono di dimostrare esistenza di soluzioni forti anche quando il problema risulta *degenere* (cioè  $\delta = 0$ ). In questo caso la viscosità si comporta come una potenza del modulo del tensore di deformazione, diventando non-limitata quando  $|\mathbf{Du}|$  tende a zero. Oltre a determinare speciali quantità conservate legate a delle quasi-norme, viene introdotto un procedimento di approssimazione del tensore degenere con una famiglia di non-degeneri e il passaggio al limite delle corrispondenti soluzioni richiede non metodi di monotonia, ma tecniche tipo Vitali. Tali risultati di regolarità sono alla base delle stime ottimali (rispetto al passo temporale) ottenute in [28] per la discretizzazione alle differenze finite nel tempo, tramite metodi semi-impliciti a un passo. Tali stime ottimali, che chiudono un decennio di ricerche con risultati fino ad allora sub-ottimali, sono basate su di una approssimazione delle equazioni tramite delle medie temporali e sulla dimostrazione di una generalizzazione del Lemma di Gronwall discreto, basata su di un doppio passo induttivo e resa possibile dalla regolarità dimostrata per le soluzioni forti.

Passando alla discretizzazione spaziale i risultati quasi-ottimali sono ottenuti in [43] per classi generali di tensori degli stress. La tecnica dimostrativa richiede l'uso di quasi norme e di un formalismo basato sugli spazi di Orlicz per avere un trattamento più trasparente e unificato dei risultati ottenuti, a seconda che si studi il caso  $p < 2$  o quello in cui  $p > 2$ . In particolare l'estensione agli spazi di Orlicz delle disuguaglianze di Poincaré e della soluzione del problema di trovare un campo vettoriale assegnata la sua divergenza, risultano di fondamentale importanza. I risultati di analisi numerica teorica sono anche validati da alcuni esperimenti numerici.

La discretizzazione spazio-tempo nel caso ( $p < 2$ ), con stime ottimali in entrambi i parametri, viene poi dimostrata in alcuni casi in [58] combinando i risultati precedenti. Lo studio di alcune classi di fluidi elettroreologici viene affrontato in [1] provando l'esistenza di soluzioni deboli per un particolare modello, che viene derivato rispettando le relazioni di invarianza e isotropia per tensori del quarto ordine. In [66] invece vengono estesi i risultati della pubblicazione [43] al caso in cui l'esponente della potenza dipende a sua volta dalla posizione cioè in cui  $\mathbf{S}(\mathbf{x}, \mathbf{Du}) = (\delta + |\mathbf{Du}|)^{p(\mathbf{x})-2} \mathbf{Du}$  e la teoria richiede di usare gli spazi di Lebesgue con esponente variabile  $L^{p(\mathbf{x})}(\Omega)$ . Lo studio di tali tensori degli stress è motivato da problemi in cui la viscosità, e in particolare modo la potenza che entra nel tensore, dipende dal campo elettrico che a sua volta dipende (almeno) dalla posizione. In questo caso la difficoltà tecnica è causata dal fatto che  $p(\mathbf{x})$  può essere maggiore o minore di 2 nel dominio fisico, cambiando in maniera drastica le caratteristiche del problema da sotto-regione a sotto-regione. Inoltre una approssimazione in cui l'esponente  $p$  viene posto costante in ogni semplice in cui si triangola il dominio porta a dover studiare molti più termini di errore.

Infine nella pubblicazione [50] viene trattato un problema classico relativo all'unicità delle soluzioni di una equazione ordinaria. In particolare si studia l'unicità delle traiettorie di particelle  $\frac{d}{dt}\mathbf{X}(t) = \mathbf{u}(\mathbf{X}(t), t)$  e  $\mathbf{X}(0) = \mathbf{x}$  (usate per la formulazione Lagrangiana) quando il campo di velocità  $\mathbf{u}$  non è Lipschitziano. Il campo di velocità ha divergenza nulla ma essendo soluzione di un problema alle derivate parziali (come quelli studiati in [33]) non ha regolarità molto elevata. Oltre alla regolarità spaziale ha un ruolo importante quella temporale del campo  $\mathbf{u}$  e il risultato ottenuto risulta compatibile con quelli classici per le equazioni ordinarie, come quello di M. Nagumo.

**Applicazione dell'Analisi Matematica allo studio di fluidi biologici e geofisici.** Nel campo della geofisica e in particolare della vulcanologia, l'introduzione di metodi quantitativi, analitici e predittivi è abbastanza recente, vista anche la complessità dei fenomeni che vengono studiati. In particolare per quello che riguarda la vulcanologia (in collaborazione con la Scuola Normale Superiore e l'Istituto Nazionale di Vulcanologia e Geofisica INGV) abbiamo iniziato un progetto che riguarda l'analisi delle colonne o pennacchi (*plumes*) di polveri che si hanno in certi tipi di eruzioni vulcaniche. Il problema per sua natura presenta molte difficoltà, essendo un sistema multifase, con turbolenza, fluidi comprimibili e interazione con l'atmosfera. Tutto ciò trascurando quello che avviene all'interno del vulcano, oltre che i fenomeni chimici e anche elettrici presenti nelle eruzioni. Uno dei primi passi è stato quello di cercare di usare modelli semplificati, ma fisicamente significativi, per lo studio dei *plumes*. I risultati del lavoro di modellizzazione, la validazione numerica e il confronto con altri risultati accademici è riportato in [69,57], mentre la parte che riguarda l'esistenza di soluzioni deboli per un sistema accoppiato con viscosità dipendente dalla densità sarà oggetto di una prossima pubblicazione ancora in fase di stesura.

Lo studio di fluidi con particelle o anche con contaminanti o traccianti è uno dei campi classici della oceanografia. Nelle pubblicazioni [60,37,36] viene studiato il problema relativo alle equazioni di Boussinesq per trattare due fluidi che si mescolano. In particolare, oltre a sviluppare metodi numerici appropriati (che sono risultati molto efficaci) e a fornire risultati di stabilità per le soluzioni approssimanti, viene studiato in maniera approfondita il *mixing*. La bontà dei risultati viene misurata a partire da una quantità scalare che è una energia potenziale di riferimento (introdotta da E.N. Lorenz negli studi sulla circolazione globale atmosferica), basata sull'energia minima che può essere ottenuta tramite una ridistribuzione adiabatica delle masse e il cui calcolo esplicito è basato su tecniche vicine a quelle del trasporto ottimo.

Per quello che riguarda le applicazioni alla biologia, nelle pubblicazioni [54,48] viene studiato il moto periodico di un fluido Newtoniano con l'obiettivo di avere un campo calcolabile in maniera rapida e precisa a partire dai valori del flusso (come si ottiene per esempio tramite strumenti diagnostici per misurare la flussimetria) per il sangue e il fluido cerebrospinale. Nel caso del sangue, abbiamo trovato una nuova espressione, non nota in letteratura, per esprimere le soluzioni a simmetria cilindrica di J.R. Womersley tramite le funzioni *ipergeometriche* di Gauss, e abbiamo applicato tale risultato per studiare il trasporto di medicinali incapsulati da materiali ferromagnetici e che possono essere guidati *in loco* da magneti, in maniera assolutamente non invasiva. In particolare questa tecnica risulta di grande interesse nello studio della rimozione delle placche sclerotiche e abbiamo esteso al caso evolutivo alcuni risultati noti solo nel caso stazionario, evidenziando una notevole differenza nella *topologia* dell'insieme delle particelle catturate. Nel caso del fluido cerebrospinale la difficoltà iniziale è che il dominio risulta molto lontano da essere a sezione circolare, ma è molto più simile a una ellisse molto schiacciata (anche molti vasi sanguigni in realtà presentano questa fenomeno, essendo schiacciati dagli organi circostanti). In questo caso, nonostante il Laplaciano sia ancora separabile anche in coordinate curvilinee ellittiche, le soluzioni esplicite invece che le funzioni di Bessel coinvolgono le funzioni di Mathieu. Il loro calcolo risulta non molto efficace, specie se il rapporto tra semi-asse minore e maggiore dell'ellisse è molto piccolo. Per questo problema abbiamo prima proposto un nuovo metodo spettrale, che poi abbiamo verificato essere computazionalmente molto valido, e che permette di trattare in maniera estremamente rapida problemi con *eccentricità* anche minori rispetto a quelle permesse dagli altri metodi noti in letteratura.

## **Collaborazioni con istituti di ricerca non universitari**

- Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (sede di Pisa);
- Istituto Italiano di Tecnologia (sede di Pontedera);
- Gran Sasso Science Institute (L'Aquila).

## **Appartenenza a società professionali**

- American Mathematical Society (AMS)
  - Istituto Nazionale di Alta Matematica (INdAM/GNAMPA)
- 

## **Partecipazione a progetti Nazionali di ricerca**

- PRIN 2000, Theory and applications of linear and nonlinear hyperbolic equations, coordinatore nazionale S. Spagnolo.
- PRIN 2002, Hyperbolic and parabolic nonlinear equations, coordinatore nazionale P. Marcati.
- PRIN 2005, Fluid dynamics and conservation laws, coordinatore nazionale P. Secchi.
- PRIN 2007, Nonlinear systems of conservation laws and fluid mechanics, coordinatore nazionale S. Bianchini.
- PRIN 2009, Systems of conservation laws and fluid mechanics: method and applications, coordinatore nazionale S. Bianchini.
- PRIN 2012, Nonlinear hyperbolic partial differential equations, dispersive and transport equations: theoretical and applicative aspects, coordinatore nazionale S. Bianchini.
- GNAMPA 2007, Modelli aleatorii e computazionali per l'analisi della turbolenza generata da pareti ruvide.
- GNAMPA 2011, Modelli statistici discreti e continui per lo studio del trasporto dell'energia in fluidi ideali.
- GNAMPA 2012, Studio di alcune proprietà delle traiettorie tipiche di soluzioni di equazioni alle derivate parziali stocastiche.

## Attività editoriale

### Editore

- Advances in Mathematical Physics [2008-present]
- Guest editor per il volume Fluid Dynamics and Electromagnetism: “Theory and Numerical Approximation” della rivista Discrete Contin. Dynam. Systems Series S. (in stampa Vol. 8, no. 6, Dicembre. 2015)

### Revisore

- Revisore di circa 150 lavori per riviste internazionali di matematica, ottenendo anche il certificato di eccellenza dalla Elsevier nel 2014.
- Revisore per il Mathematical Reviews (2002-oggi, con più di 100 review).

---

## Altre attività

### Servizi Amministrativi

Membro eletto della commissione di area [2002-2004], [2014-oggi].

Membro eletto della giunta di dottorato in Matematica, Università di Pisa. [Novembre 2006-Gennaio 2012]

Membro eletto del comitato di Presidenza della Facoltà di Ingegneria, Università di Pisa. [Luglio 2009-Settembre 2012.]

### Valutatore per altri enti

- U.S. Universities (2006)
- U.K. Universities (2014)
- MIUR (FIRB 2013) and (SIR 2015)
- (ANEP)-Agencia Nacional de Evaluación y Prospectiva, Spain (2015)

### Organizzazione di conferenze

- Co-organizzatore del workshop: “Partial Differential equations, fluid mechanics and conservation laws,” Pisa, Novembre 28-30, 2007.
- Organizzatore del mini-symposium: “Navier-Stokes equations and LES models”, Conferenza MFD2010 (Mathematical fluid dynamics and its applications) Rennes (France, June 21-24, 2010).
- Co-organizzatore del workshop: “Fluid Dynamics and Electromagnetism: Theory and Numerical Approximation,” CIRM-FBK, Levico Terme, June 3-6, 2014.

**Membro della commissione di ingresso** Ph.D. in Matematica Applicata e per l'industria, 2002, 2003, 2008, & 2009, Scuola Normale Superiore, Pisa.

**Membro della commissione di ingresso** Ph.D. in ingegneria industriale 2009 & 2011, Univ. di Pisa.

**Membro della commissione** per contratti di ricerca in Analisi Matematica 2002 & 2007, Univ. di Pisa.

**Membro della giuria** per esame finale di Dottorato o Ph.D.

- Enrica Salvatici, Dottorato in Ingegneria Aerospaziale, Pisa, 2005.
  - Luis Borges, Ph.D. in Matematica, Instituto Superior Técnico, Lisbon, 2006.
  - Jmmy Alfonso Mauro, Dottorato in Matematica, Pisa, 2010.
  - Angel Castro Martínez, Ph.D. in Matematica, Universidade Autónoma de Madrid, 2010
  - Hani Ali, Ph.D. in Matematica, University Rennes 1, Rennes (France), 2011, referee.
  - Monica Twarogowska, Dottorato in Matematica, L'Aquila 2012.
- 
- M. Ahmed Rejaiba, Ph.D. in Matematica, University of Pau et des Pays de l'Adour (France) 2014.

#### **Studenti di Dottorato**

- Stefano Spirito, studente di dottorato all'Università dell'Aquila (co-relatore), discussa nel febbraio 2012.
- Matteo Cerminara, perfezionando alla Scuola Normale Superiore (Pisa) discussione prevista per autunno 2015.

#### **Tesi di Laurea**

- Arturo Battinelli, Analisi di un modello probabilistico per un fluido viscoso in un canale con pareti ruvide Università di Firenze (2008), LM voto 110/110 *cum laude* (co-advisor with M. Romito)
- Alice Borselli, Esistenza e unicità di soluzione ultra-deboli per il sistema di Stokes, Università di Pisa Pisa (2009), LM voto 110/110 (co-advisor with M. Romito).
- Michele Erba, Modelli matematici per il flusso lungo un profilo collinare e applicazioni per la collocazione di fattorie eoliche, Università di Pisa (2010), LM voto 107/110 (co-advisor with Dr. Eng. P. di Marco).

### **Corsi insegnati**

- Esercitazioni di **Matematica I** (Calcolo I), 1999-2000 Università di Trento; 2000-2001, 2001-2002, 2002-2003, and 2003-2004, Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria.
- Esercitazioni di **Analisi Matematica III** (serie e trasformate di Fourier, stabilità per sistemi di equazioni differenziali ordinarie, funzioni di una variabile complessa), 2000-2001 Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria.
- **Precorsi di matematica** (pre-calcolo), 2002-2003, 2003-2004, 2005-2006 e 2007-2008 Università di Pisa.

- Affidatario e poi titolare del corso di **Matematica** (Calcolo I e Algebra Lineare), 2004-2005, 2005-2006, 2006-2007 e 2007-2008 Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria.
- **Introduzione alla teoria degli automi**, Percorso di Eccellenza 2005-2006 Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria.
- **Analisi Matematica I**, 2008–oggi Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria.
- **Teoria dei semigrupperi**, 2012-2013, Università di Pisa, Matematica .
- **Analisi in più variabili 2** (analisi III) 2014-oggi, Università di Pisa, Matematica.

#### Corsi di Dottorato o master

- **Metodi di Decomposizione di Dominio per EDP**, Perfezionamento di Matematica Applicata e per l'industria, 2001-2002 Scuola Normale Superiore, Pisa.
- Corso di lettura sulle **equazioni di Navier-Stokes**, 2002-2003 Università di Pisa. Univ. di Pisa.
- **Introduction to the LES of turbulent flows** for MS. students, 2005-2006, IST (Instituto Superior Técnico) Lisbon.
- **An introduction to the mathematics of Large Eddy Simulation of turbulent flows** SIMU-MAT summer school 2008, CIEM (International Center of Mathematical meetings), Castro Urdiales, Cantabria, Spain, July 7-18, 2008.
- **Introduzione alle EDP** per studenti di dottorato in Ingegneria, '08-'09 Università di Pisa
- **Introduction to mathematics of Large Eddy Simulation of turbulent flows**, Ph.D. program in industrial mathematics 2008-2011, Scuola Normale Superiore, Pisa.
- **On the Stokes Problem with Navier Boundary Conditions**, September 2009, SISSA/ISAS (International School for Advanced Studies), Trieste.
- **Some Selected Topics in Incompressible Fluid Mechanics** Summer School 2011 (Analytic Methods in PDEs), Department of Mathematics, University of Surrey, UK, September 12-16, 2011

## Seminari tenuti

- 1995: -Conf. *Equadiff95*, Dep. de Matemática, Faculdade de Ciências, Lisbon.
- 1997: -Conf. *Modeling of smart materials and optimal shape design*, Dip. di Matematica Pisa.
- 1998: -Conf. *Delft meeting on functional analysis and nonlinear pdes*, TUDelft, The Netherlands  
-Conf. *Deterministic and stochastic fluid mechanics*, Torino
- 1999: -Conf. *IPERRoma99*, Roma, C.N.R.
- 2001: -Dip. di Matematica, Università di Milano  
-Dept. of Mech. Eng., Pittsburgh University, U.S.A.  
-Dept. of Math., Pittsburgh University U.S.A.  
-Conf. *Contemporary Challenges in Applied Fluid Mechanics*, Capo Miseno  
-Dip. di Ing. Aerospaziale, Università di Pisa  
-Conf. *Nonlinear hyperbolic equations, applications to hydrodynamics dynamical systems* Torino,
- 2002: -Dip. Matematica, L'Aquila  
-Workshop on *Hyperbolic Equations*, Venezia  
-Conf. *AMIF 2002-Applied Math for Industrial Flows, Third International Conference* Lisbon,  
-Dep. de Matemática, Instituto Superior Técnico,  
-Conf. *Advances on Nonlinear PDEs*, L'Aquila  
-MOX-Politecnico di Milano
- 2003: -Dept. of Math, Pittsburgh University U.S.A.  
-Dept. of Math, Pittsburgh University U.S.A., Colloquium  
-Dept. of Mechanical Engineering, Pittsburgh University U.S.A.  
-Dept. of Math, Virginia Polytechnic Institute and State University  
-Dip di Matematica "L.Tonelli," Università degli Studi di Pisa  
-*International Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations* Funchal, Portugal.  
-*Workshop on Navier-Stokes equations. 70<sup>th</sup> birthday of V.A. Solonnikov*, Paderborn, Germany
- 2004: -Dip. Matematica, Università di Ferrara  
-Dept. of Math., Magdeburg, Germany,  
-Dip. Matematica, Università di Brescia  
-Conf. "*P.D.E. in Mathematical Physics*", in memory of Olga A. Ladyzhenskaya
- 2005: -Dept. of Math., Freiburg University, Germany  
-Dept. of Appl. Math., Freiburg University, Germany (3 lectures)  
-*School on Mathematical Theory in Fluid Mechanics*, Paseky Czech Republic
- 2006: -CMAF, Lisbon University  
-Dep. de Matemática, University of Évora (Portugal)  
-*Workshop Mathematical analysis on fluid mechanics*, Universidad Autónoma de Madrid
- 2007: -*Meeting on honor of V.A. Solonnikov*, Pisa  
-*International Conf. in Mathematical Fluid Mechanics*, Estoril Portugal,  
-*Joint Meeting DMV/UMI*, Perugia  
-*ICIAM07* ETH Zurich, Switzerland  
-*Meeting on conservation laws and continuum mechanics* Pisa,
- 2008: -Dep. de Matemáticas, IMAFF - CSIC, Madrid  
-Dip. di Matematica "L.Tonelli," Università degli Studi di Pisa  
-Conf. *Vorticity, Rotation and Symmetry Stabilizing and Destabilizing Fluid Motion*, CIRM Luminy  
-Conf. *Navier-Stokes equations. Classical and generalized models* Centro De Giorgi, Pisa,

- 2009:** -Conference, *Journées SCASEN : Méthodes mathématiques en mécanique des fluides* Univ. Lyon 1  
 -Dept. of Math, Virginia Polytechnic Institute and State University  
 -Conference, *2009 AMS Spring Southeastern Section Meeting* Raleigh NC  
 -University Rennes 1, UFR Mathématiques  
 -Conference, *SIAM conference on Mathematical & Computational Issues in the Geosciences*, Leipzig  
 -Conference, *Mathematical Physics and PDEs* Levico  
 -Conference, *QLES2009, Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations II*. Pisa  
 -Workshop, *LES in Italy*, Pisa  
 -Dip. Mat. App. "G. Sansone", Univ. di Firenze,
- 2010:** -Workshop *Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics* Parma  
 -Conf. MDF2010 Rennes, France  
 -International Summer School on Mathematical Fluid Dynamics Levico,  
 -Conf. PDEFM2010 Warwick, UK,  
 -Centre for Nonlinear PDE, Oxford University  
 -Conf. *Calculus of Variations, Singular Integrals and Incompressible flows*, Madrid
- 2011:** -Dip. Mat. Univ. dell'Aquila,  
 -Dept. of Math., Freiburg University  
 -Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona  
 -Conference *Nonlinear Hyperbolic PDEs* SISSA/ISAS  
 -Conf. *PDE in Mathematical Physics and their Numerical Approximation*, Levico,
- 2012:** -Conf. *Connections Between Regularized and LES Methods for Turbulence*, BIRS Banff, Canada,  
 -Dept. of Math., Univ of Warwick  
 -HYP2012, *14th Intl. Conf. on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*, Padova  
 -6<sup>th</sup> *European Congress of Mathematics*, Krakow, Poland  
 -*International Winter School on Mathematical Fluid Dynamics* Levico
- 2013:** -*Ercoftac Workshop Direct and Large-Eddy Simulation 9*, Dresden, Germany,  
 -Dept. of Math., Freiburg University  
 -Math. Institute, Basel  
 -Conf. *SIAM conference on Mathematical & Computational Issues in the Geosciences*, Padova  
 -Conf. *Mathematics and Geosciences: Global and Local Perspectives*, ICMAT, Madrid  
 -University Rennes 1, UFR Mathématiques
- 2014:** -Conf. *Recent Advances in PDEs and Applications*, Levico  
 -Dip. Mat. Pisa  
 -Conf. *Fluid Dynamics and Electromagnetism: Theory and Numerical Approximation* Levico  
 -Conf. *Transport, microscales, and fluids @GSSI L'Aquila*  
 -Conf. *Classical Problems and New Trends in Mathematical Fluid Dynamics* Ferrara
- 2015:** -*Meeting on honor of L. Nirenberg*, Pisa  
 -Dept. of Math., Freiburg University

## Soggiorni di studio e ricerca all'estero

- i) Pittsburgh University, Department of Mechanical Engineering, September 26–October 3, 2000, Pittsburgh (PA, U.S.)
- ii) Pittsburgh University, Department of Mechanical Engineering and Department of Mathematics, March 23–April 12, 2001, Pittsburgh (PA, U.S.)
- iii) Instituto Superior Técnico, Departamento de Matemática, April 16–25, 2002, Lisbon, (Portugal).



- iv) Pittsburgh University, Department of Mechanical Engineering and Department of Mathematics, February 1-28, 2003, Pittsburgh (PA, U.S).
- vi) Otto-von-Guericke-Universität, Institut für Analysis and Numerik, May 8-15, 2004, Magdeburg (Germany).
- vii) Albert-Ludwigs Universität, Abteilung für Angewandte Mathematik, May 9-28 and August 20-September 13, 2005, Freiburg (Germany)
- viii) Universidade de Lisboa, Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais and Instituto Superior Técnico, March 20-April 7, 2006, Lisboa (Portugal).
- vii) Albert-Ludwigs Universität, Abteilung für Angewandte Mathematik, March 3-15, 2008, Freiburg (Germany).
- viii) Virginia Tech, Department of Mathematics, March 29-April 3, 2009, Blacksburg (VA, U.S.).
- ix) American Institute of Mathematics, Palo Alto (CA, U.S.) April 6-10, 2009

---

- x) University Rennes 1, UFR Mathématiques, May 18-29, 2009, Rennes (France).
- xi) Instituto de Ciencia Matemáticas, Nov 21-27, 2010, Madrid (Spain).
- xii) Albert-Ludwigs Universität, Abteilung für Angewandte Mathematik, March 15-26, 2013, Freiburg (Germany).

## Libri

- Luigi C. Berselli, Traian Iliescu, and William J. Layton *Mathematics of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows*, pp. xviii+348, (2006), ISBN 3-540-26316-0 Springer series in Scientific Computation. MR 2185509 (2006h:76071)

## Articoli (in ordine cronologico inverso)

- 69. Matteo Cerminara, Tomaso Esposti Ongaro, and Luigi C. Berselli, *ASHEE: a compressible, equilibrium-Eulerian model for volcanic ash plumes*, 2015  
<http://arxiv.org/abs/1509.00093>
- 68. Luigi C. Berselli, Tae-Yeon Kim, and Leo G. Rebholz, *Analysis of a Reduced-Order Approximate Deconvolution Model and its interpretation as a NS-Voigt regularization*, 2015.  
<http://arxiv.org/abs/1504.05050>
- 67. Luigi C. Berselli and Stefano Spirito, *On the construction of suitable weak solutions to the 3D Navier-Stokes equations in a bounded domain by an artificial compressibility method*, 2015.  
<http://arxiv.org/abs/1504.07800>

66. Luigi C. Berselli, Dominic Breit, and Lars Diening, *Convergence Analysis for a Finite Element Approximation of a Steady Model for Electrorheological Fluids*, Numer. Math. online first doi:10.1007/s00211-015-0735-4
65. Luigi C. Berselli and Davide Catania, *On the Boussinesq equations with anisotropic filter in a vertical pipe*, Dyn. Partial Differ. Equ. **12** 2015, 177–192. doi:10.4310/DPDE.2015.v12.n2.a5
64. Luigi C. Berselli and Stefano Spirito, *Weak solutions to the Navier-Stokes equations constructed by semi-discretization are suitable*, to appear in Contemp. Math. (expected to appear in print 2016) Article ID: CONM13243, Consent to publish signed July 31, 2015
63. Luigi C. Berselli and Carlo R. Grisanti, *On the regularity up to the boundary for certain nonlinear elliptic equations*, 2015 Discrete Contin. Dynam. Systems Series S. (expected to appear in Volume 8, no. 6, 2015)
62. Luigi C. Berselli and Davide Catania, *On the well-posedness of the Boussinesq equations with anisotropic filter for turbulent flows*, ZAA-Z. Anal. Anwend. **34** 2015, 61–83. MR 3300958 doi:10.4171/ZAA/1529

---

61. Luigi C. Berselli and Jishan Fan, *Logarithmic and improved regularity criteria for the 3D nematic liquid crystals models, Boussinesq system, and MHD equations in a bounded domain*, Commun. Pure Appl. Anal. **14** (2015), 637–655. MR 3311748 doi:10.3934/cpaa.2015.14.637
60. Luigi C. Berselli, Matteo Cerminara, and Traian Iliescu *Disperse two-phase flows, with applications to geophysical problems*, Pure Appl. Geophys. **172** (2015), 181–196. doi:10.1007/s00024-014-0889-5
59. Luigi C. Berselli and Luca Bisconti, *On the Existence of Almost-Periodic Solutions for the 2D Dissipative Euler Equations*, Rev. Mat. Iberoam. **31** (2015), 267–290. MR 3320840 doi:10.4171/RMI/833
58. Luigi C. Berselli, Lars Diening, and Michael Růžička, *Optimal error estimate for semi-implicit space-time discretization for the equations describing incompressible generalized Newtonian fluids*, IMA J. Numer. Anal. **35** (2015), 680–697. MR 3335220 doi:10.1093/imanum/dru008
57. Matteo Cerminara, Luigi C. Berselli, Tomaso Esposti Ongaro, and Maria Vittoria Salvetti, *Direct numerical simulation of a compressible multiphase flow through the Eulerian approach*, pp. 639–645 in Direct and Large-Eddy Simulation IX. Springer Verlag. ERCOFTAC Series, Vol. 20 J. Fröhlich, H. Kuerten, B.J. Geurts, V. Armenio (Eds.) 2015, XX, 700 p. 401 illus. ISBN 978-3-319-14447-4 978-3-319-14447-4
56. Luigi C. Berselli, *A note on existence of strong solutions for the Stokes system*, Acta Appl. Math. **134** (2014), 123–131. MR 327368 doi:10.1007/s10440-014-9873-4
55. Luigi C. Berselli, Diego Cordoba, and Rafael Granero-Belinchon, *Local solvability and turning for the inhomogeneous Muskat problem*, Interfaces Free Boundaries **16** (2014), 175–213. MR 3231970 doi:10.4171/IFB/317
54. Luigi C. Berselli, Barbara Mazzolai, Francesca Guerra, and Edoardo Sinibaldi, *Pulsatile Viscous Flows in Elliptical Vessels and Annuli: Solution to the Inverse Problem, with Application to Blood and Cerebrospinal Fluid Flow*, SIAM J. Appl. Math. **74** (2014) 40–59. MR 3151393 doi:10.1137/120903385
53. Luigi C. Berselli, *Some results on the two-dimensional dissipative Euler equations*, pp. 325–332, Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications. (2014) F. Ancona, A. Bressan, P. Marcati, A. Marson Eds. (Proceedings of the International Conference HYP2012), AIMS Appl. Math. Vol. 8, ISBN-13: 978-1-60133-017-8 <http://aimsciences.org/books/am/AMVol8.html>

52. Stefano Spirito and Luigi C. Berselli, *On inviscid limits for the Navier-Stokes equations with slip boundary conditions involving the vorticity*, pp. 967–974, Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications. (2014) F. Ancona, A. Bressan, P. Marcati, A. Marson Eds. (Proceedings of the International Conference HYP2012), AIMS Appl. Math. Vol. 8, ISBN-13: 978-1-60133-017-8 <http://aims sciences.org/books/am/AMVol8.html>
51. Luigi C. Berselli and Stefano Spirito, *An elementary approach to inviscid limits for the 3D Navier-Stokes equations with slip boundary conditions and applications to the 3D Boussinesq equations*, NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. **21** (2014), 149–166 MR 3180880 doi:10.1007/s00030-013-0242-1
50. Luigi C. Berselli and Luca Bisconti, *An elementary proof of uniqueness of the particle trajectories for solutions of a class of 2D shear-thinning non-Newtonian fluids*, Nonlinearity, **26** (2013), 1031–1047 MR 3040594 doi:10.1088/0951-7715/26/4/1031
49. Luigi C. Berselli, Davide Catania, and Roger Lewandowski, *Convergence of approximate deconvolution models to the mean Magnetohydrodynamics Equations: Analysis of two models*, J. Math. Anal Appl. **401** (2013) 864–880. MR 3018034 doi:10.1016/j.jmaa.2012.12.051
48. Luigi C. Berselli, Piero Miloro, Arianna Menciassi, and Edoardo Sinibaldi, *Exact solution to the inverse Womersley problem for pulsatile flows in cylindrical vessels, with application to magnetic particle targeting*, Appl. Math. Comput. **219** (2013) 5717–5729 MR 3009524 doi:10.1016/j.amc.2012.11.071
47. Luigi C. Berselli, Davide Catania, and Roger Lewandowski, *Existence and convergence of an MHD approximate deconvolution model*, ESAIM Proc. **39** (2013) 25–31. MR 3074160 doi:10.1051/proc/201339004
46. Luigi C. Berselli and Stefano Spirito, *On the vanishing viscosity limit for the Navier-Stokes equations under slip boundary conditions in general domains*, Comm. Math. Phys. **316** (2012) 171–198. MR 2989457 doi:10.1007/s00220-012-1581-1
45. Luigi C. Berselli, *Towards fluid equations by Approximate Deconvolution Models*, in Mathematical Aspects of Fluid Mechanics, 1–22, London Math. Soc. Lecture Note Ser. (402), Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2012, MR 3050289 ISBN:9781107609259
44. Luigi C. Berselli and Marco Romito, *On Leray’s problem for almost periodic flows*, J. Math. Sci. Univ. Tokyo **19** (2012) 69–130. MR 2977342 [Journal link](#)
43. Ludmilla Belenki, Luigi C. Berselli, Lars Diening, and Michael Růžička, *On the finite element approximation of the  $p$ -Stokes problem*, SIAM J. Numer. Anal. **50** (2012) 373–397. MR 2914267 doi:10.1137/10080436X
42. Luigi C. Berselli and Roger Lewandowski, *Convergence of approximate deconvolution models to the mean Navier-Stokes Equations*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, **29** (2012) 171–198. MR 2901193 doi:10.1016/j.anihpc.2011.10.001
41. Luigi C. Berselli, *Analysis of a Large Eddy Simulation model based on anisotropic filtering*, J. Math. Anal. Appl. **386** (2012) 149–170. MR 2834874 (2012g:76089) doi:10.1016/j.jmaa.2011.07.044
40. Luigi C. Berselli and Luca Bisconti, *On the structural stability of the Euler-Voigt and Navier-Stokes Voigt models*, Nonlinear Anal., **75** (2012) 117–130. MR 2846786 doi:10.1016/j.na.2011.08.011
39. Luigi C. Berselli and Stefano Spirito, *A remark on the Euler equations in dimension two* (Proceedings of the “Intensive Research Month on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics” Parma, Italy, February 1 - 28, 2010) Riv. Mat. Univ Parma (8), **3** (2012), 1–23. MR 2976418 [Journal link](#)

38. Luigi C. Berselli and Stefano Spirito, *On the Boussinesq system: regularity criteria and singular limits*, Methods Appl. Anal. **18** (2011) 391–416. MR 2965984  
doi:10.4310/MAA.2011.v18.n4.a3
37. Luigi C. Berselli, Paul F. Fischer, Traian Iliescu, and Tamay Özgökmen, *Horizontal Large Eddy Simulation of Stratified Mixing in a Lock-Exchange System*, J. Sci. Comput. **49** (2011) 3–20 MR 2831668  
doi:10.1007/s10915-011-9464-8
36. Luigi C. Berselli, Paul F. Fischer, Traian Iliescu, and Tamay Özgökmen, *Horizontal Approximate Deconvolution for Stratified Flows: Analysis and Computations*. In Quality and reliability of large-eddy simulations II, 399–410, ERCOFTAC Series vol. 16, Berlin, Springer, 2011.  
doi:10.1007/978-94-007-0231-8\_36
35. Luigi C. Berselli, *Some results on the Navier-Stokes equations with Navier boundary conditions*, Riv. Mat. Univ. Parma (8) **1** 2010, 1–75. (Special volume with the proceedings of the “Seventh meeting on hyperbolic conservation laws and fluid dynamics: recent results and research perspectives,” SISSA, Trieste Aug. 31, Sep. 4, 2009) MR 2761078 (2012d:35267)
34. Luigi C. Berselli, *An elementary approach to the 3D Navier-Stokes equations with Navier boundary conditions: Existence and uniqueness of various classes of solutions in the flat boundary case*. Discrete Contin. Dynam. Systems Series S. **3** (2010), 199–219. MR 2610559, doi:10.3934/dcdss.2010.3.199
33. Luigi C. Berselli, Lars Diening, and Michael Růžička, *Existence of strong solutions for incompressible fluids with shear dependent viscosities*. J. Math. Fluid Mech. **12** (2010) 101–132. MR 2602916,  
doi:10.1007/s00021-008-0277-y
32. Luigi C. Berselli and Franco Flandoli, *On a Stochastic Approach to Eddy Viscosity Models for Turbulent Flows*. In Advances in Mathematical Fluid Mechanics, 55–81 Springer Berlin, 2010. MR 2665025 (2011e:35413) doi:10.1007/978-3-642-04068-9\_5
31. Luigi C. Berselli, *Some criteria concerning the vorticity and the problem of global regularity for the 3D Navier-Stokes equations*. Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat. **55** (2009), 209–224. MR 2563656,  
doi:10.1007/s11565-009-0076-2
30. Luigi C. Berselli, *Some geometric constraints and the problem of global regularity for the Navier-Stokes equations*. Nonlinearity **22** (2009), 2561–2581. MR 2539768, doi:10.1088/0951-7715/22/10/013
29. Luigi C. Berselli and Diego Córdoba, *On the regularity of the solutions to the 3D Navier-Stokes equations: a remark on the role of the helicity*. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser I, **347** (2009), 613–618. MR 2532916, doi:10.1016/j.crma.2009.02.003
28. Luigi C. Berselli, Lars Diening, and Michael Růžička, *Optimal error estimates for a semi-implicit Euler scheme for incompressible fluids with shear dependent viscosities*. SIAM J. Numer. Anal. **47** (2009), 2177–2202. MR 2519599, doi:10.1137/080720024
27. Luigi C. Berselli, *On the  $W^{2,q}$ -regularity of incompressible fluids with shear-dependent viscosities: The shear thinning case*. J. Math. Fluid Mech **11** (2009), 171–185. MR 2516130,  
doi:10.1007/s00021-008-0254-5
26. Hugo Beirão da Veiga and Luigi C. Berselli, *Navier-Stokes equations: Green matrices, vorticity direction, and regularity up to the boundary*, J. Differential Equations **246** (2009) 597–628. MR 2468730,  
doi:10.1016/j.jde.2008.02.043
25. Luigi C. Berselli, Carlo R. Grisanti, and Volker John, *Analysis of commutation errors for functions with low regularity*, J. Comput. Appl. Math. **206** (2007), 1027–1045. MR 2333730 (2009e:76094)  
doi:10.1016/j.cam.2006.09.011

24. David Barbato, Luigi C. Berselli, and Carlo R. Grisanti, *Analytical and numerical results for the Rational Large Eddy Simulation model*, J. Math. Fluid Mech. **9** (2007), 44–74. MR 2305825 (2009b:76080) doi:10.1007/s00021-006-0191-0.
23. Luigi C. Berselli and Massimiliano Gubinelli, *On the global evolution of vortex filaments, blobs, and small loops in 3D ideal flows*, Comm. Math. Phys. **269** (2007), 693–713. MR 2276358 (2007m:76027) doi:10.1007/s00220-006-0142-x.
22. Luigi C. Berselli and Volker John, *Asymptotic behavior of commutation errors and the divergence of the Reynolds stress tensor near the wall in the turbulent channel flow*, Math. Meth. Appl. Sci., **29** (2006) 1709–1719. MR 2248564(2008a:76071) doi:10.1002/mma.750
21. Luigi C. Berselli and Marco Romito, *On the existence and uniqueness of weak solutions for a vorticity seeding model*, SIAM J. Math. Anal. **37** (2006), 1780–1799. MR 2213394 (2007a:35115) doi:10.1137/04061249X.
20. Luigi C. Berselli, *On the Large Eddy Simulation of the Taylor-Green vortex*, J. Math. Fluid Mech. **7** (2005) S164–S191. MR 2192847 (2006j:76072) doi:10.1007/s00021-005-0152-z
19. Luigi C. Berselli and Paolo Guasoni, *Some problems of shape optimization arising in stationary fluid motion*, Adv. Math. Sci. Appl., **14** (2004) no. 1, 279–293. MR 2083629 (2005d:49059) Journal link
18. Luigi C. Berselli and Giovanni P. Galdi, *On the space-time regularity of  $C(0, T; L^n)$ -very weak solutions to the Navier-Stokes equations*, Nonlinear Anal. **58** (2004), no. 5-6, 703–717. MR 2078742 (2006b:35254) doi:10.1016/j.na.2005.05.034 Corrigendum: *ibidem* **63** (2005), 642.
17. Luigi C. Berselli and Carlo R. Grisanti, *On the consistency of the Rational Large Eddy Simulation model*, Comput. Vis. Sci. **6** (2004), 75–82. MR 2061268 (2005e:76055) doi:10.1007/s00791-003-0111-2
16. Luigi C. Berselli and Renato Manfrin, *On a theorem by Sohr for the Navier-Stokes equations*, J. Evol. Equ **4** (2004), no. 1, 193–211. MR 2059302 (2005b:35216) doi:10.1007/s00028-003-1135-2
15. Luigi C. Berselli and Traian Iliescu, *A Higher Order Subfilter-Scale Model for Large Eddy Simulation*, J. Comput. Appl. Math. **159** (2003) 411–430. MR 2005969 (2004f:76076) doi:10.1016/S0377-0427(03)00544-2
14. Luigi C. Berselli, *Vanishing viscosity limit and long-time behavior for 2D quasi-geostrophic equations*, Indiana Univ. Math. J. **51** (2002), no. 4, 905–930. MR 1947863 (2005c:35237) doi:10.1512/iumj.2002.51.2075
13. Luigi C. Berselli and Hakima Bessaih, *Some results for the line vortex equation*, Nonlinearity **15** (2002), no. 6, 1729–1746. MR 1938468 (2003m:76028) doi:10.1088/0951-7715/15/6/301
12. Luigi C. Berselli, *A note on regularity of weak solutions of the Navier-Stokes equations in  $R^n$* , Japan. J. Math. (N.S.) **28** (2002), no. 1, 51–60. MR 1933477 (2003i:35223) Journal link
11. Luigi C. Berselli, Giovanni P. Galdi, Traian Iliescu, and William J. Layton, *Mathematical analysis for the rational large eddy simulation model*, Math. Models Methods Appl. Sci. **12** (2002), no. 8, 1131–1152. MR 1924604 (2003k:76077) doi:10.1142/S0218202502002057
10. Luigi C. Berselli, *On a regularity criterion for the solutions to the 3D Navier-Stokes equations*, Differential Integral Equations **15** (2002), no. 9, 1129–1137. MR 1919765 (2003e:35249) Permanent link

9. Luigi C. Berselli and Giovanni P. Galdi, *Regularity criteria involving the pressure for the weak solutions to the Navier-Stokes equations*, Proc. Amer. Math. Soc. **130** (2002), no. 12, 3585–3595 (electronic). MR 1920038 (2003e:35240) doi:10.1090/S0002-9939-02-06697-2
  8. Hugo Beirão da Veiga and Luigi C. Berselli, *On the regularizing effect of the vorticity direction in incompressible viscous flows*, Differential Integral Equations **15** (2002), no. 3, 345–356. MR 1870646 (2002k:35248) Permanent link
  7. Luigi C. Berselli and Renato Manfrin, *Linear perturbations of the Kirchhoff equation*, Comput. Appl. Math. **19** (2000), no. 2, 157–178. MR 1994873 (2004c:35276) Journal link
  6. Luigi C. Berselli and Fausto Saleri, *New substructuring domain decomposition methods for advection-diffusion equations*, J. Comput. Appl. Math. **116** (2000), no. 2, 201–220. MR 1750917 (2001d:65120) doi:10.1016/S0377-0427(99)00317-9
  5. Luigi C. Berselli and Jorge Ferreira, *On the magnetohydrodynamic type equations in a new class of non-cylindrical domains*, Boll. Unione Mat. Ital. Sez. B Artic. Ric. Mat. (8) **2** (1999), no. 2, 365–382. MR 1706576 (2000g:76109)
- 
4. Luigi C. Berselli, *Sufficient conditions for the regularity of the solutions of the Navier-Stokes equations*, Math. Methods Appl. Sci. **22** (1999), no. 13, 1079–1085. MR 1706110 (2000f:35111) doi:10.1002/(SICI)1099-1476(19990910)22:13<1079::AID-MMA71>3.0.CO;2-4
  3. Luigi C. Berselli and Franco Flandoli, *Remarks on determining projections for stochastic dissipative equations*, Discrete Contin. Dynam. Systems **5** (1999), no. 1, 197–214. MR 1664501 (99i:35184) doi:10.3934/dcds.1999.5.197
  2. Luigi C. Berselli, *Remarks on the electrohydrodynamics equations in a domain with moving boundary*, Bol. Soc. Parana. Mat. (2) **18** (1998), no. 1-2, 87–105 (2000). MR 1769797 (2001k:76096)
  1. Luigi C. Berselli and Giovanni Cimatti, *A theorem of existence for the equations of the Winslow's effect*, Riv. Mat. Univ. Parma (5) **6** (1997), 61–71 (1998). MR 1632711 (99d:76005) Journal link

Pisa, 15 settembre 2015

Luigi Carlo Berselli  
