CURRICULUM VITAE
Carla Novelli

Dati personali

Cittadinanza	Italiana
Data e luogo di nascita	22 Ottobre 1970, Albenga (SV)
Residenza	via Nicolò Accame, 13/3 17027 Pietra Ligure (SV)
Telefono cellulare	347 4418583
Indirizzo	Dipartimento di Matematica e Applicazioni Università degli Studi di Milano - Bicocca via R. Cozzi, 53 20125 Milano tel.: 02 6448 5773 fax: 02 6448 5705
E-mail	carla.novelli@unimib.it

Posizione attuale

Da 1 Gennaio 2010: Assegno di Ricerca (24 mesi, rinnovabili) presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università degli Studi di Milano - Bicocca nell'ambito del progetto "Geometria e topologia delle varietà reali e complesse". Responsabile della Ricerca: Prof. Franco Magri.

Studi

- Laurea in Matematica (quadriennale) conseguita presso l'Università degli Studi di Genova il 12 Aprile 2000.
- Dottorato di Ricerca in Matematica conseguito presso l'Università degli Studi di Trento il 19 Novembre 2004.

  Tesi di Dottorato: *Special projective varieties di higher dimension.*

Precedenti esperienze post-Dottorato

- Giugno – Ottobre 2006: Contratto di Ricerca presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano nell'ambito del progetto "Fibrati vettoriali ampi e varietà speciali" (Fondi FIRST, Università di Milano). Direttore della Ricerca: Prof. Antonio Lanteri.
- 2 Gennaio 2007 – 1 Gennaio 2008: Assegno di Ricerca presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Genova nell'ambito del progetto "Classificazione di varietà speciali e Mori fibrations". Responsabile della Ricerca: Prof. Mauro Beltrametti.

- 15 Gennaio – 14 Settembre 2008: Contratto di Ricerca presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Pavia nell'ambito del tema "Varietà di Fano e fibrazioni di Mori". Direttore della Ricerca: Dott. Sonia Brivio.
- 1 Novembre – 31 Dicembre 2009: Assegno di Ricerca presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Pavia nell'ambito del tema "Strutture algebrico-geometriche e loro moduli". Responsabile della Ricerca: Dott. Sonia Brivio.

Borse di Studio

- 1 Novembre 2000 – 31 Ottobre 2004: Borsa di Dottorato presso l'Università degli Studi di Trento.
- 1 Marzo – 30 Giugno 2003: Marie Curie Fellowship utilizzata come "visiting Ph.D. student" presso l'Università di Warwick.

Partecipazione a scuole intensive

- Trento, 2001, Scuola di Geometria: "Topologia delle varietà e delle applicazioni algebriche".
- Perugia, 2001, Corso estivo di Matematica organizzato dalla S.M.I. (corsi di Geometria Algebrica e Geometria Differenziale).
- Levico Terme, 2002, "2002 EAGER Advanced School in Algebraic Geometry: Cycles on Varieties".
- Trento, 2002, School: "Zeta Functions di Groups".
- Catania, 2002, "PRAGMATIC 2002".
- Trento, 2004, Scuola di Geometria: "Topologia delle varietà di basse dimensioni e Geometria Algebrica Reale".
- Gargnano, 2007, Scuola di Dottorato: "Geometria proiettiva e birazionale delle varietà algebriche".
- Grenoble, 2007, Summer School in Mathematics: "Geometry of complex projective varieties and the minimal model program".
  Parziale finanziamento dall'INDAM.
- Trento, 2007, School (and Workshop): "The Geometry of Special Varieties".
- Trento, 2010, School (and Workshop): "The Minimal Model Program and Shokurov's ACC Conjecture".
  Parziale finanziamento dall'INDAM.

Periodi all'estero

- 1 Marzo – 30 Giugno 2003: Dipartimento di Matematica dell'Università di Warwick, come "visiting Ph.D. student" Marie Curie.
- 12 – 19 Ottobre 2003: Dipartimento di Matematica dell'Università di Oslo.
- 11 – 12 Maggio 2007: Dipartimento di Matematica dell'Università di Nizza, come speaker alla Conferenza "Journée de Géométrie Algébrique Nice-Gênes 2007".
- 18 Giugno – 6 Luglio 2007: Institut Fourier, Grenoble, per la Scuola estiva in Matematica "Geometry di complex projective varieties and the minimal model program".
- 12 – 19 Giugno 2008: Dipartimento di Matematica dell'Università di Bergen.
- 15 – 22 Marzo 2009: Dipartimento di Matematica dell'Università di Bergen.
- 24 Maggio – 2 Giugno 2009: Dipartimento di Algebra dell'Università di Madrid.

Attività di Ricerca

Il mio campo di ricerca è la geometria algebrica complessa.
Ho lavorato e sto lavorando principalmente sui seguenti argomenti:

- varietà polarizzate, varietà pre-polarizzate, varietà polarizzate da fibrati vettoriali ([15], [14], [6]);
- varietà di Fano ([5], [10]);
- varietà unirigate ([2]);
- famiglie di curve razionali e raggi estremali ([11], [12]);
- fibrati vettoriali ampi e varietà speciali ([7], [8], [3], [4], [9], [13]);
- varietà proiettive che contengono uno spazio lineare ([11]).

Varietà polarizzate, varietà pre-polarizzate, varietà polarizzate da fibrati vettoriali
Una *varietà polarizzata* è una coppia (X, L) che consiste di una varietà proiettiva complessa liscia X e di un fibrato lineare ampio L su X. Un problema naturale consiste nel classificare le varietà polarizzate in termini di invarianti numerici, e.g. il nefvalue di (X, L), se il fibrato canonico K_X di X non è nef.

Questo contesto può essere generalizzato come segue: assumiamo che L sia un qualsiasi fibrato lineare su X, i.e. che (X, L) sia una *varietà pre-polarizzata*, e che K_X non sia nef. Allora è ben noto che esiste (almeno) un raggio estremale $R := \mathbb{R}_+[\Gamma]$ su X, dove Γ è una curva razionale di grado anticanonico minimo tra le curve la cui classe di equivalenza numerica appartiene ad R. Se $L \cdot \Gamma > 0$, possiamo considerare l'invariante $\tau_L(R) := -K_X \cdot \Gamma/(L \cdot \Gamma)$, che chiamiamo

L-lunghezza di R. Varietà con L-lunghezza $\geq n-2$ sono considerate in [15], mentre la condizione generale $\tau_L(R) \notin \mathbb{Z}$ è completamente descritta in [14].

Un'altra generalizzazione possibile è la seguente: sia $(X, \mathcal{E})$ una coppia costituita da una varietà proiettiva complessa liscia X polarizzata da un fibrato vettoriale ampio $\mathcal{E}$ di rango r su X. Assumiamo che K_X non sia nef; allora consideriamo il nefvalue τ della varietà polarizzata $(X, \det \mathcal{E})$. La classificazione di coppie $(X, \mathcal{E})$ con $\tau \geq \frac{\dim X - 2}{r}$ è ottenuta in [6].

Varietà di Fano

Una varietà proiettiva complessa liscia X si dice *varietà di Fano* se il suo fibrato anticanonico $-K_X$ è ampio. Per una varietà di Fano X, l'*indice*, r_X, è definito come il più grande intero che divide $-K_X$ nel gruppo di Picard X.

Le varietà di Fano di indice $r_X \geq \dim X - 2$ sono classificate, ma il metodo utilizzato per questi casi non si può applicare alle varietà di Fano di indice $\dim X - 3$. Tuttavia qualche risultato di classificazione per varietà di Fano con $r_X = \dim X - 3$ e numero di Picard maggiore di uno è noto: è il caso di $\dim X \geq 6$; per quanto concerne $\dim X = 5$, tutti i possibili coni di Kleiman–Mori sono classificati. Partendo dalla descrizione dei coni, in [5] classifichiamo i fivefolds di Fano di indice due che sono proiettivizzati di fibrati vettoriali di rango due su varietà quattro-dimensionali.

Un altro invariante numerico di X è lo *pseudoindice* i_X, il minimo grado anticanonico delle curve razionali su X. Generalizzando una congettura di Mukai, Bonavero, Casagrande, Debarre and Druel hanno proposto la congettura seguente: $\rho_X(i_X - 1) \leq \dim X$, dove ρ_X indica il numero di Picard di X. Questa congettura è stata dimostrata se $\dim X \leq 5$, se X è torica, e se $i_X \geq \frac{\dim X + 3}{3}$ assumendo che su X esista una famiglia non spezzante di curve razionali che coprono X. In [10] dimostriamo la congettura per X con $i_X \geq \frac{\dim X + 3}{3}$ e diamo una dimostrazione alternativa di questa congettura per varietà di Fano di dimensione quattro e cinque.

Varietà unirigate

È ben noto che una varietà non degenere irriducibile $X \subset \mathbb{P}^N$ di grado d soddisfa $d \geq N - \dim X + 1$, dove l'uguaglianza si ha per le cosiddette *varietà di grado minimo*, che sono completamente classificate. Inoltre, è noto che varietà il cui grado sia "piccolo" rispetto ad N sono coperte da curve razionali.

Più in generale, sia (X, H) una coppia costituita da una varietà irriducibile X (con eventuali ulteriori ipotesi sulle singolarità) e da un fibrato lineare H su X sufficientemente "positivo" (e.g. molto ampio, ampio o nef e big). Poniamo $d := H^{\dim X}$ e $N := \dim |H|$. Per misurare il "grado" delle curve razionali che coprono X, diciamo che X è unirigata di H-grado al più m se tutte le curve razionali Γ che coprono X soddisfano $H \cdot \Gamma \leq m$.

In qusto contesto, il caso delle superficie è stato studiato completamente da Reid. In [2] dimostriamo a bound per unirigatura di H-grado uno, che è ottimale per varietà di dimensione tre. Qui il punto cruciale consiste in un'analisi attenta di coppie (X, H) un cui modello minimale $\sharp$ sia un tipo particolare di spazio fibrato di Mori, che chiamiamo "fibrazione di Veronese terminale". Questa fibrazione consiste di una varietà terminale di dimensione tre, che ammette un fibrato lineare con al più punti base, che è fibrata su una curva liscia con fibra generica una superficie di Veronese liscia (rispetto al fibrato lineare fissato) e con al più un numero finito di fibre costituite da coni su una curva quartica liscia. Per ottenere il risultato principale, troviamo un bound sul grado di tali varietà e sul numero di fibre degeneri degli elementi del sistema lineare associato al fibrato lineare fissato.

Famiglie di curve razionali e raggi estremali
Sia X una varietà proiettiva complessa liscia che ammette una contrazione estremale elementare φ di tipo fibrato. È ben noto, da risultati fondamentali di teoria di Mori, che per ogni punto di X passa una curva razionale contratta da φ. Le classi di equivalenza numerica di queste curve si trovano in un raggio estremale del cono di Kleiman–Mori $\overline{NE}(X)$. Prendendo una famiglia dominante di tali curve, con grado anticanonico minimo rispetto ad un fibrato linare ampio fissato, si ottiene una famiglia *quasi non spezzante* di curve razionali. È molto naturale chiedersi se valga il viceversa: data una famiglia dominante quasi non spezzante di curve razionali, esiste una contrazione estremale elementare che contrae tutte le curve nella famiglia, o, in altri termini, la classe di equivalenza numerica di una curva generica nella famiglia genera un raggio estremale di $\overline{NE}(X)$?

Un contesto molto naturale in cui la questione si solleva è stato studiato da Beltrametti, Sommese e Wiśniewski, i quali hanno dimostrato che una famiglia dominante di curve razionali di grado uno rispetto ad un fibrato lineare ampio H (dette "rette") di grado anticanonico $\geq \frac{\dim X+3}{2}$ genera un raggio estremale. In [11] abbiamo dimostrato l'estremalità di a famiglia dominante di "rette" assumendo che il grado anticanonico sia $\geq \frac{\dim X+1}{2}$, mentre in [12] abbiamo migliorato il risultato, dimostrandolo sotto l'ipotesi di grado anticanonico $\geq \frac{\dim X-1}{2}$.

Fibrati vettoriali ampi e varietà speciali
Sia X una varietà proiettiva complessa liscia e sia $\mathcal{E}$ un fibrato vettoriale ampio su X che ammette una sezione globale il cui luogo degli zeri sia una sottovaietà liscia Z della dimensione attesa.

Indicato con H un fibrato lineare ampio su X tale che H_Z sia molto ampio, in [7] classifichiamo le terne $(X, \mathcal{E}, H)$ assumendo che il Δ-genere della varietà polarizzata (Z, H_Z) sia piccolo (≤ 3) o piccolo rispetto al corango di $\mathcal{E}$ o al grado. In [8] classifichiamo terne $(X, \mathcal{E}, H)$ assumendo che Z, immerso dal sistema lineare $|H_Z|$, sia una varietà di grado piccolo rispetto alla codimensione.

Nello spirito della teoria di Mori, un approccio diverso per studiare le terne $(X, \mathcal{E}, Z)$ consiste nel confrontare i coni di Kleiman–Mori di X e Z. Un primo problema consiste nel trovare condizioni sotto le quali $\overline{NE}(Z) = \overline{NE}(X)$, or almeno una parte dei coni coincida. In [3] dimostriamo una condizione necessaria e sufficiente affinché un raggio estremale in $\overline{NE}(X)$ sia estremale anche in $\overline{NE}(Z)$, e applichiamo il nostro risultato in particolare al caso in cui $\mathcal{E}$ ha rango uno e $Z \in |\mathcal{E}|$ è una varietà di Fano con $r_X = \dim Z - 2$, o Z è una varietà di Fano con divisore fondamentale generato e $r_X \geq \frac{\dim Z}{2}$. Sotto l'ipotesi tecnica di essere generato il divisore fondamentale di Z, in [4] si ha la classificazione con $r_Z = \dim Z - 3$.

Un altro argomento che riguarda coppie $(X, \mathcal{E})$, dove $\mathcal{E}$ è un fibrato vettoriale ampio di rango $r \geq 2$, è la definizione di un Δ-genere, estendendo la nozione di Δ-genere per varietà polarizzate introdotto da Fujita. In [9] introduciamo un Δ-genere che è strettamente collegato alla struttura di scroll di $\mathbb{P}_X(\mathcal{E})$ e classifichiamo coppie $(X, \mathcal{E})$ con Δ-genere piccolo. Più forti sono le proprietà di $\mathcal{E}$, più grandi sono i valori del Δ-genere ottenuti dai risutati. D'altra parte, invece di pensare il Δ-genere per $(X, \mathcal{E})$ come un numero intero, come in [9], si può considerare una r-upla di interi, considerando un invariante legato alla geometria della Grassmanniana su cui $\mathcal{E}$ mappa la varietà X. Tuttavia questo punto di vista presenta parecchie difficoltà, anche per i primi casi non banali. In [13] ci restringiamo a fibrati vettoriali ampi di rango due su una varietà liscia X di dimensione tre, cosicché il Δ-genere è una coppia di interi.

Varietà proiettive che contengono uno spazio lineare
Sia $X \subset \mathbb{P}^N$ una varietà proiettiva complessa liscia di dimensione n, che contiene uno spazio lineare Λ di dimensione s; indichiamo con $N_{\Lambda/X}$ il fibrato normale e con c il grado della prima classe di Chern di $N_{\Lambda/X}$.

Se $s + c > \frac{n}{2}$ allora, per m grande, indicata con H la restrizione ad X del fibrato iperpiano, il sistema lineare $|m(K_X + (s + 1 + c)H)|$ definisce una contrazione estremale elementare di X che contrae Λ, come dimostrato da Beltrametti, Sommese e Wiśniewski. Se $s > \frac{n}{2}$ questa contrazione è un $\mathbb{P}$-bundle, come dimostrato da Sato. Lo stesso risultato vale se $s = \frac{n}{2}$ e $N_{\Lambda/X}$ è banale, come dimostrato da Ein e da Wiśniewski.

Completare lo studio di $s = \frac{n}{2}$ è oggetto di un articolo di Sato; tuttavia Sato non assume l'esistenza di uno spazio lineare di dimensione $\frac{n}{2}$ con fibrato normale nef, ma l'esistenza di uno spazio lineare di dimensione $\frac{n}{2}$ per ogni punto di X; tuttavia le assunzioni risultano equivalenti. Qui i casi più difficili sono le varietà con numero di Picard uno, che risultano essere, oltre a spazi lineari, iperquadriche e, sotto ulteriori ipotesi, Grassmanniane di rette.

In [11] studiamo il caso successivo, *i.e.* $n = 2s + 1$, e otteniamo una classificazione completa, considerando separatamente il caso con numero di Picard uno e il caso con numero di Picard maggiore di uno.

Se il numero di Picard è uno, l'idea principale consiste nello studiare la varietà $\tilde{X}$ ottenuta scoppiando X lungo Λ; dimostriamo che $\tilde{X}$ è una varietà di Fano, e allora studiamo l'"altra" contrazione estremale elementare. Come applicazione di questa costruzione, completiamo il Teorema di Sato.

Se il numero di Picard è maggiore di uno, dimostriamo che una famiglia dominante di rette su X di grado anticanonico $\geq \frac{n+1}{2}$ genera un raggio estremale di $\overline{NE}(X)$ e descriviamo la contrazione di questo raggio: la fibra generica F è una varietà liscia coperta da spazi lineari di dimensione $\geq \frac{\dim F}{2}$, e questo conduce alla classificazione.

Lavori scientifici

1. Carla Novelli, *Special projective varieties of higher dimension*, UTM PhDTS 40, Università di Trento, Novembre 2004.

2. Andreas L. Knutsen, Carla Novelli, and Alessandra Sarti, *On varieties that are uniruled by lines*, Compos. Math. 142 (4) (2006), 889–906.

3. Marco Andreatta, Carla Novelli, and Gianluca Occhetta, *Connections between the geometry of a projective variety and of an ample section*, Math. Nachr. 279 (13–14) (2006), 1387–1395.

4. Carla Novelli, *Fano manifolds of coindex four as ample sections*, Adv. Geom. 6 (4) (2006), 601–611.

5. Carla Novelli and Gianluca Occhetta, *Ruled Fano fivefolds of index two*, Indiana Univ. Math. J. 56 (1) (2007), 207–241.

6. Marco Andreatta and Carla Novelli, *Manifolds polarized by vector bundles*, Ann. Mat. Pura Appl. 186 (2) (2007), 281–288.

7. Antonio Lanteri and Carla Novelli, *Ample vector bundles with zero loci of small Δ-genera*, Adv. Geom. 8 (2) (2008), 227–256.

8. Antonio Lanteri and Carla Novelli, *Varieties of small degree with respect to codimension and ample vector bundles*, J. Math. Soc. Japan 60 (2) (2008), 341–361.

9. Antonio Lanteri and Carla Novelli, *Ample vector bundles of small Δ-genera*, J. Algebra 323 (3) (2010), 671–697.

10. Carla Novelli and Gianluca Occhetta, *Rational curves and bounds on the Picard number of Fano manifolds*, to appear in Geom. Dedicata. arXiv:0905.4388.

11. Carla Novelli and Gianluca Occhetta, *Projective manifolds containing a large linear subspace with nef normal bundle*, to appear in Michigan Math. J.. arXiv:0712.3406.

12. Carla Novelli and Gianluca Occhetta, *Manifolds covered by lines and extremal rays*, submitted preprint. arXiv:0805.2069.

13. Enrique Arrondo, Antonio Lanteri, and Carla Novelli, *A notion of Δ-multigenus for certain rank two ample vector bundles*, submitted preprint (2010).

14. Carla Novelli, *Extremal rays of non-integral L-length*, submitted preprint (2010).

15. Mauro C. Beltrametti, Andreas L. Knutsen, Antonio Lanteri, and Carla Novelli, *Geometry of $\mathcal{L}$-positive extremal rays and applications*, in preparation.

Seminari

Seminari tenuti in convegni:

- Levico Terme, Settembre 2004, Convegno "Progressi Recenti in Geometria Reale e Complessa", *"Legami tra la geometria di una varietà proiettiva e di una sezione ampia"*.

- Nizza, Maggio 2007, Conférence "Journée de Géométrie Algébrique Nice-Gênes 2007", *"On varieties uniruled by lines"*.

- Milano, Dicembre 2007, Workshop "Seminario di Natale 2007", *"Varietà di Fano di dimensione cinque con struttura di fibrato proiettivo"*.

- Levico Terme, Maggio 2008, Convegno "Giornate di Geometria Algebrica e Argomenti Correlati IX", *"Varietà proiettive di dimensione n che contengono uno spazio lineare di dimensione $\geq [n/2]$ con fibrato normale nef"*.

Altri seminari su invito:

- Dipartimento di Matematica dell'Università di Oslo, Ottobre 2003, *"Connections between the geometry of a projective variety and of an ample section"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, Gennaio 2005, *"Varietà polarizzate da fibrati vettoriali"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano, Marzo 2007, *"Varietà unirigate da rette"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Pavia, Marzo 2007, *"Varietà unirigate da rette"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, Novembre 2007, *"Varietà di Fano di dimensione cinque con struttura di fibrato proiettivo"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Pavia, Maggio 2008, *"Varietà proiettive di dimensione n che contengono uno spazio lineare di dimensione $\geq [n/2]$ con fibrato normale nef"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Bergen, Giugno 2008, *"Projective manifolds containing a large linear subspace with nef normal bundle"*.
- Dipartimento di Matematica dell'Università di Bergen, Marzo 2009, *"Rational curves and bounds on the Picard number of Fano manifolds"*.
- Dipartimento di Algebra dell'Università di Madrid, Maggio 2009, *"Projective manifolds containing a large linear subspace with nef normal bundle"*.
- Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Milano - Bicocca, Giugno 2010, *"Varietà proiettive che contengono uno spazio lineare con fibrato normale nef"*.

Attività didattica

Supporto alla didattica come esercitatore:

- 2001/02, Università di Trento:

  Corso di Laurea in Matematica e Fisica: Geometria I Unità Didattica;

  Corso di Laurea in Informatica: Matematica Discreta I, corso "B".

- 2002/03, Università di Trento:

  Corso di Laurea in Matematica e Fisica: Geometria II Unità Didattica;

  Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni: Geometria e Algebra;

  Corso di Laurea in Informatica: Matematica Discreta I.

- 2003/04, Università di Trento:

  Corso di Laurea in Matematica e Fisica Geometria I e II Unità Didattica;

  Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni: Geometria e Algebra.

- 2004/05, Università di Trento:

  Corso di Laurea in Matematica e Fisica: Geometria I, II e III Unità Didattica;

  Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni: Geometria e Algebra.

- 2005/06, Università di Trento:

  Corso di Laurea in Matematica e Fisica: Geometria I, II e III Unità Didattica;

  Corso di Laurea in Informatica: Matematica Discreta I.

- 2006/07, Università di Trento:

  Corso di Laurea in Matematica e Fisica: Geometria I, II e III Unità Didattica.

Seminari didattici:

- 2006/07, Università di Pavia:

  Corso di Laurea in Ingegneria Edile Architettura: Geometria.

- 2007/08, Università di Pavia:

  Corso di Laurea in Ingegneria Edile Architettura: Geometria.

- 2008/09, Università di Pavia:

  Corso di Laurea in Ingegneria Edile Architettura: Geometria.

- 2009/10, Università di Pavia:

  Corso di Laurea in Ingegneria Edile Architettura: Geometria.

- 2009/10, Politecnico di Milano:

  Corso di Studio in Ingegneria Matematica: Analisi Matematica II.

Progetti di Ricerca

Partecipo al Progetto di Ricerca PRIN 2008: "Geometria Algebrica e Aritmetica, Teorie coomologiche e Teoria dei motivi", gruppo di Genova.
Coordinatore locale e nazionale: Prof. Claudio Pedrini (Università di Genova).

Altro

Reviewer per "Mathematical Reviews" e per "Zentralblatt MATH".