

Curriculum Scientifico e Didattico

Ekaterina Pervova

1 Dati personali

Data di nascita 20 Settembre 1979
Luogo di nascita Chelyabinsk, Federazione Russa
Cittadinanza Federazione Russa
Indirizzo Dipartimento di Matematica Applicata,
via Buonarroti 1C, 56127 Pisa
Telefono +393408846410 (cellulare)
E-mail pervova@guest.dma.unipi.it

Posizione attuale assegnista di ricerca presso il Dipartimento di Matematica
dell'Università di Pisa

2 Titoli di studio

3 Luglio 2000 B.Sc.in Matematica *cum laude* presso l'Università Statale di Chelyabinsk,
Russia.

18 Giugno 2002 M.Sc.in Matematica *cum laude* presso l'Università Statale di Chelyabinsk,
Russia.

24 Giugno 2003 Dottorato in Matematica presso l'Istituto di Matematica e Meccanica
della Divisione Urale dell'Accademia Russa di Scienze, Ekaterinburgo, Russia.

3 Posizioni

11/2000 — 06/2003 “Teaching assistant” (part-time) presso il Dipartimento di Matematica dell'Università Statale di Chelyabinsk, Russia.

10/2002 — 12/2002 Ricercatore in visita presso il Max-Planck Institut für Mathematik,
Bonn, Germania.

09/2003 — 05/2004 Titolare del contratto di insegnamento presso il Dipartimento di Matematica dell'Università Statale di Chelyabinsk, Russia.

11/2003 — 05/2006 Ricercatore (part-time) presso l'Istituto di Matematica e Meccanica della Divisione Urale dell'Accademia Russa di Scienze, Ekaterinburgo, Russia.

05/2004 — 05/2009 Professore associato a tempo determinato presso il Dipartimento di Matematica dell'Università Statale di Chelyabinsk, Russia (in congedo da Maggio 2007 fino alla scadenza del contratto).

05/2007 — 04/2009 Borsista Marie Curie presso il Dipartimento di Matematica Applicata dell'Università di Pisa.

05/2009 — 04/2010 “2009 CariLucca Visiting Position” presso il Centro De Giorgi (Scuola Normale Superiore).

06/2010 — oggi Assegnista di ricerca presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

Soggiorni presso università estere

23 Febbraio – 11 Marzo 2002 Soggiorno di ricerca presso l'Università di Ginevra, Svizzera, finanziato dall'Università di Ginevra (su invito del Prof. Pierre de la Harpe).

10 Maggio – 20 Giugno 2004 Soggiorno di ricerca presso l'Università di Ginevra, Svizzera, finanziato dall'INTAS e dall'Università di Ginevra (su invito del Prof. Pierre de la Harpe).

1 – 15 Marzo 2005 Soggiorno di ricerca presso l'Università di Pisa finanziato dall'INTAS.

15 – 22 Marzo 2005 Soggiorno di ricerca presso l'EPFL, Losanna, Svizzera, finanziato dall'EPFL (su invito del Prof. Laurent Bartholdi).

20 Aprile – 5 Giugno 2005 Soggiorno di ricerca presso l'Università “Johann Wolfgang Goethe” di Francoforte, Germania, finanziato dall'INTAS.

6 – 27 Febbraio 2006 Soggiorno di ricerca presso l'Università “Johann Wolfgang Goethe” di Francoforte, Germania, finanziato dall'INTAS.

9 – 19 Giugno 2006 Soggiorno di ricerca presso l'EPFL, Losanna, Svizzera, finanziato dall'EPFL (su invito del Prof. Laurent Bartholdi).

4 Borse di studio e premi

20 Giugno 2000 Medaglia con premio dell'Accademia Russa di Scienze per il migliore lavoro di ricerca tra gli studenti di Matematica dell'anno 1999.

09/2000 — 09/2001 Borsa di studio del Presidente della Federazione Russa.

04/2004 — 03/2006 Borsa dell'INTAS “Young Scientists Postdoctoral Fellowship”, sotto la direzione di: Prof. Pierre de la Harpe (Università di Ginevra, Svizzera), Prof. Wolfgang Metzler (Università “Johann Wolfgang Goethe” di Francoforte, Germania), Prof. Alexandre Rozhkov (Università Statale di Chelyabinsk, Russia).

05/2007 — 04/2009 Borsa “Marie Curie Incoming International Fellowship” presso l'Università di Pisa (direttore del progetto Prof. Carlo Petronio).

5 Seminari e comunicazioni

- 17 Novembre 1998 Comunicazione della durata di 15 minuti sulle presentazioni degli AT-gruppi al convegno “*Maltsev Meetings*” tenutosi a Novosibirsk, Russia.
- 16 Marzo 2000 Comunicazione della durata di 20 minuti sulle definizioni e proprietà di funzioni di Morse su poliedri speciali al convegno “*Geometry and Applications*” tenutosi a Novosibirsk, Russia.
- 9 Agosto 2000 Comunicazione della durata di 20 minuti sui sottogruppi massimali nei gruppi agenti sugli alberi al convegno dedicato al 60esimo anniversario di Yu.I. Merzlyakov tenutosi a Novosibirsk, Russia.
- 28 Giugno 2001 Comunicazione della durata di 30 minuti sui metodi della costruzione di stime inferiori sulla complessità di 3-varietà al convegno “*Monodromy in Geometry and Differential Equations*” tenutosi a Mosca, Russia.
- 19 Dicembre 2001 Comunicazione della durata di 20 minuti sui gruppi ramificati senza la proprietà di congruenza al convegno sulla teoria dei gruppi dedicato al 70esimo anniversario di A.I. Starostin e 80esimo anniversario di N.F. Sesekin tenutosi a Ekaterinburgo, Russia.
- 3 Marzo 2002 Seminario della durata di un’ora sul problema di congruenza nei gruppi ramificati presso l’Università di Ginevra, Svizzera (su invito del Prof. Pierre de la Harpe).
- 7 Maggio 2002 Seminario della durata di un’ora sul problema di congruenza nei gruppi di Grigoričuk presso l’Istituto di Matematica e Meccanica, Ekaterinburgo, Russia.
- 16 Novembre 2002 Seminario della durata di un’ora sulla complessità di 3-varietà presso il Max-Planck-Institut für Mathematik, Bonn, Germania.
- 9 Dicembre 2002 Seminario della durata di un’ora sui problemi della teoria dei gruppi frattali presso l’Università di Düsseldorf, Germania.
- 17 Dicembre 2002 Seminario della durata di un’ora sulla costruzione di stime sulla complessità di 3-varietà presso l’Università di Bonn, Germania.
- 18 Marzo 2003 Seminario della durata di un’ora su varie questioni legate alle topologie profinite nei gruppi agenti sugli alberi presso l’Istituto di Matematica e Meccanica, Ekaterinburgo, Russia.
- 15 Marzo 2004 Seminario della durata di un’ora sulle varie nozioni della complessità dei gruppi presso l’Università Statale di Mosca, Russia (seminario della Cattedra di Geometria Differenziale).
- 19 Marzo 2004 Seminario della durata di 30 minuti sulla complessità delle 3-varietà presso l’Università Statale di Mosca, Russia (seminario della Cattedra di Teoria dei Numeri).

- 25 Maggio 2004 Seminario della durata di un'ora sulla complessità dei gruppi presso l'Università di Ginevra, Svizzera.
- 10 Giugno 2004 Seminario della durata di un'ora sui sottogruppi massimali dei gruppi agenti sugli alberi presso l'EPFL, Losanna, Svizzera (su invito del Prof. Laurent Bartholdi).
- 24 Giugno 2004 Seminario della durata di un'ora sulla complessità dei gruppi abeliani presso l'Università di Pisa (su invito del Prof. Carlo Petronio).
- 24 Febbraio 2005 Comunicazione della durata di un'ora sulla complessità e il T-invariant dei gruppi di Milnor al convegno "*Workshop on 3-manifolds and complexity*" tenutosi a Cortona (su invito).
- 18 Marzo 2005 Seminario della durata di un'ora sui completamenti profiniti dei gruppi agenti sugli alberi presso l'EPFL, Losanna, Svizzera (su invito del Prof. Laurent Bartholdi).
- 6 Maggio 2005 Seminario della durata di un'ora sulla costruzione di stime inferiori sulla complessità di 3-varietà attraverso le stime sulla complessità dei gruppi fondamentali presso l'Università "Johann Wolfgang Göthe" di Francoforte, Germania.
- 20 Maggio 2005 Seminario della durata di un'ora sui completamenti profiniti dei gruppi agenti sugli alberi presso l'Università "Johann Wolfgang Göthe" di Francoforte, Germania.
- 23 Agosto 2005 Comunicazione della durata di 45 minuti sull'esistenza dei rivestimenti ramificati tra superfici al convegno "*Workshop on geometry and topology of 3-manifolds*" tenutosi a Novosibirsk, Russia (su invito).
- 10 Febbraio 2006 Seminario della durata di un'ora sull'esistenza dei rivestimenti ramificati tra superfici presso l'Università "Johann Wolfgang Göthe" di Francoforte, Germania.
- 13 Febbraio 2006 Seminario della durata di un'ora sull'esistenza dei rivestimenti ramificati tra superfici presso l'IRMA, Strasburgo, Francia (su invito del Dott. Gwénaél Massuyeau).
- 13 Giugno 2006 Seminario della durata di un'ora sull'esistenza dei rivestimenti ramificati tra superfici presso l'EPFL, Losanna, Svizzera (su invito del Prof. Laurent Bartholdi).
- 20 Marzo 2007 Seminario della durata di un'ora sulla dimostrazione di Perelman della congettura di Poincaré presso l'Istituto di Matematica e Meccanica, Ekaterinburgo, Russia (su invito al seminario ufficiale del Consiglio Scientifico dell'Istituto).
- 22 Maggio 2007 Comunicazione della durata di un'ora sugli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati in 3-varietà al convegno "*Braids and their ramifications*" tenutosi a Cortona (su invito).

- 8 Aprile 2008 Seminario della durata di un'ora sugli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati presso l'Università Parigi VII, Parigi, Francia.
- 25 Aprile 2008 Seminario della durata di un'ora sugli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati presso l'IRMA, Strasburgo, Francia.
- 22 Ottobre 2008 Comunicazione della durata di 45 minuti sulla complessità dei link in 3-varietà al convegno *Progressi Recenti in Geometria Reale e Complessa* tenutosi a Levico Terme.
- Ottobre 2008 — Febbraio 2009 Un ciclo di nove seminari di 90 minuti ciascuno sulla dimostrazione dovuta a Gabai, Meyerhoff e Milley della congettura sulla varietà iperbolica chiusa di volume minimo al seminario del gruppo di geometria del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa (tre dei seminari sono stati svolti da Michele Tocchet).
- 22 Gennaio 2009 Seminario della durata di un'ora sulla complessità dei link e sugli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati presso il Mathematisches Institut del Georg-August-Universität di Göttingen (su invito del Prof. Laurent Bartholdi).
- 21 Aprile 2009 Seminario della durata di un'ora sugli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati e i loro rapporti con l'invariante di Witten-Reshetikhin-Turaev al seminario dell'analisi complessa del Dipartimento di Matematica dell'Università di Roma II.

6 Partecipazioni ad altri convegni

- Maggio 2004 Incontro di ricerca dedicato a dei problemi della topologia di bassa dimensione e della teoria dei gruppi tenutosi a Ebernburgo, Germania.
- Giugno 2004 “*Autour de groupes agissant sur des arbres*”, 3ème cycle romand à Villars, tenutosi a Villars-sur-Ollon, Svizzera.
- Giugno 2004 “*54th Meeting of Nobel Laureates in Lindau*” tenutosi a Lindau, Germania (con invito e finanziamento dell'INTAS).
- Agosto 2004 Il convegno “*Geometric topology, discrete geometry, and set theory*” dedicato al 100° anniversario di L.V. Keldysh, tenutosi a Mosca, Russia.
- Giugno 2005 “*Summer School and Conference on Geometry and Topology of 3-Manifolds*” tenutosi presso l'ICTP, Trieste (con finanziamento dell'ICTP).
- 22-30 Agosto, 2006 *The International Congress of Mathematicians* tenutosi a Madrid, Spagna (con finanziamento dell'*International Mathematical Union*).

7 Attività didattica

Tesi di laurea dirette.

- Ekaterina Shumakova, *Un caso speciale del problema di Hurwitz*, 2006, approvata con lode.
- Maria Bokova, *Un caso speciale della congettura dei numeri primi per l'esistenza dei rivestimenti ramificati*, 2006, approvata con lode.
- Alexander Pylkov, *Il problema di Hurwitz per alcuni casi di dati sufficientemente grandi*, 2006, approvata con lode.
- Ilya Grigoriev, *Costruzione dei rivestimenti delle varietà di Seifert con la superficie di base S^2 e quattro fibre singolari*, 2007, approvata.
- Irina Schipitsyna, *Costruzione dei rivestimenti di piccole varietà di Seifert*, 2007, approvata.
- Evgeniya Cherepanova, *Calcoli in un gruppo di permutazioni*, 2007, approvata.

Anno Accademico 2000-2001. Ho tenuto le esercitazioni relative ai corsi in geometria analitica del primo anno (Corso di Laurea in Matematica).

Anno Accademico 2001-2002. Titolare del seguente corso:

- “Programmazione in C++”, quinto anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore).

Ho tenuto inoltre le esercitazioni relative ai corsi in geometria analitica e algebra del primo anno (Corso di Laurea in Matematica).

Anno Accademico 2002-2003. Titolare dei seguenti corsi:

- “Geometria”, precorso universitario (84 ore);
- “Algebra”, precorso universitario (130 ore).

Anno Accademico 2003-2004. Titolare dei seguenti corsi:

- “Teoria dei Numeri”, secondo anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore);
- “Algebra Lineare”, primo anno, Corso di Laurea in Metodi Matematici in Economia (72 ore);
- “Gruppi Topologici”, terzo anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore);
- “Programmazione in C++”, quinto anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore);
- “Geometria Avanzata”, quinto anno, Corso di Laurea in Matematica (72 ore);
- “Geometria”, precorso universitario (14 ore).

Ho tenuto inoltre le esercitazioni relative ai corsi in geometria analitica e algebra del primo anno (Corso di Laurea in Matematica).

Anno Accademico 2004-2005. Titolare dei seguenti corsi:

- “Teoria dei Numeri”, secondo anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore);
- “Algebra Lineare”, primo anno, Corso di Laurea in Metodi Matematici in Economia (72 ore);
- “Teoria dei Gruppi”, terzo anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore);
- “Topologia Algebrica”, quinto anno, Corso di Laurea in Matematica (72 ore);
- “Calcolo sulle Varietà”, quarto anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore).

Anno Accademico 2005-2006. Titolare dei seguenti corsi:

- “Teoria dei Numeri”, secondo anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore);
- “Algebra Lineare”, primo anno, Corso di Laurea in Metodi Matematici in Economia (72 ore);
- “Teoria dei Gruppi”, terzo anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore);
- “Topologia Algebrica”, quinto anno, Corso di Laurea in Matematica (72 ore);
- “Calcolo sulle Varietà”, quarto anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore);
- “Aspetti Avanzati della Teoria dei Gruppi e Teoria dei Numeri”, terzo anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore).

Anno Accademico 2006-2007. Titolare dei seguenti corsi:

- “Teoria dei Numeri”, secondo anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore);
- “Algebra Lineare”, primo anno, Corso di Laurea in Metodi Matematici in Economia (72 ore);
- “Teoria dei Gruppi”, terzo anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore);
- “Topologia Algebrica”, quinto anno, Corso di Laurea in Matematica (72 ore);
- “Calcolo sulle Varietà”, quarto anno, Corso di Laurea in Matematica (54 ore);
- “Invarianti di 3-Varietà”, quarto anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore);
- “Aspetti Avanzati della Teoria dei Gruppi e Teoria dei Numeri”, terzo anno, Corso di Laurea in Matematica (36 ore).

Anno Accademico 2007-2008. Cultore della materia per i corsi di “Geometria e Algebra I” e “Geometria e Algebra II” tenuti dal Prof. Carlo Petronio.

Anno Accademico 2008-2009. Cultore della materia per i corsi di “Algebra Lineare” e “Geometria” tenuti dal Prof. Carlo Petronio; esercitatore per il corso di “Geometria”.

Anno Accademico 2009-2010.

- Esercitazioni per il corso “Algebra Lineare” (titolare Prof. Carlo Petronio).
- Esercitazioni per il corso “Geometria” (titolare Prof. Tullio Franzoni).

8 Altre attività

- Ho recensito articoli per *Geometriae Dedicata*, *Experimental Mathematics*, *International Journal of Algebra and Computation* e *Journal of Group Theory*.
- Ho partecipato alla creazione del programma matematico “Three-manifold recognizer” di V. Tarkaev e S. Matveev. In particolare, ho scritto il modulo per il calcolo degli invarianti di Turaev-Viro di 3-varietà a partire dalla loro presentazione tramite le spine speciali. Il modulo è stato poi incorporato (con qualche modifica) all’interno del programma da V. Tarkaev.
- Ho tradotto dal russo all’inglese il libro “Lectures on algebraic topology” di S. Matveev. La traduzione è stata pubblicata nel 2006 dalla casa editrice dell’*European Mathematical Society*.
- Ho tradotto dall’inglese al russo l’articolo “Hyperbolic groups” di M. Gromov (prima pubblicato in *Essays in group theory* (S.M. Gersten, ed.), MSRI Publ. 8, Springer-Verlag, 1987. P. 75-263.). La traduzione è stata pubblicata nel 2002 dalla casa editrice “Regular and chaotic dynamics”.

9 Lingue

Inglese ottimo
Italiano buono
Francese principiante

10 Attività di ricerca: progetti completati

Topologie profinite e gruppi agenti sugli alberi All’inizio la mia attività di ricerca è stata svolta nell’ambito dei gruppi profiniti. Alcuni interessanti e in qualche senso assai generali esempi di gruppi profiniti vengono ottenuti come completamenti profiniti di cosiddetti gruppi auto-simili i quali sono i gruppi agenti sugli alberi regolari nella

maniera “auto-replicante”. I miei risultati principali in questo ambito sono stati la scoperta dei gruppi auto-simili non possedenti la proprietà di congruenza e la descrizione dei sottogruppi massimali nei gruppi di Grigoriuk.

La proprietà di congruenza è essenziale per comprendere le topologie profinite nei gruppi di automorfismi degli alberi. Per lungo tempo è stato creduto che tutti i gruppi *ramificati* auto-simili avessero questa proprietà. Ho costruito invece una serie infinita dei gruppi senza questa proprietà [5].

In [2], [3] e [8] ho lavorato sulla questione di Daniel Passman sui sottogruppi massimali nei gruppi di Grigoriuk e nei gruppi di Gupta-Sidki ottenendo la descrizione completa dei sottogruppi ovunque densi in questi gruppi. Come corollario di questa descrizione ho dimostrato che tutti i loro sottogruppi massimali hanno indice finito. Siccome tutti questi gruppi sono di Burnside, un risultato di Passman implica che essi siano potenziali controesempi alla congettura di Kaplansky. I lavori [1], [2], [3], [5] e una versione preliminare di [8] sono stati inclusi nella mia tesi di dottorato [6].

Stime sulla complessità di 3-varietà attraverso omologia e funzioni di Morse

Verso la fine del corso di laurea mi sono interessata anche ai problemi della topologia in dimensione bassa, in particolare alla topologia di 3-varietà. I miei risultati principali in questo ambito riguardano la teoria della complessità di 3-varietà introdotta da Sergei Matveev.

L'articolo [4] scritto in collaborazione con Matveev è dedicato allo sviluppo dei metodi algebrici per la costruzione delle stime inferiori sulla complessità di 3-varietà. Abbiamo ottenuto delle stime inferiori sulla complessità delle varietà chiuse irriducibili nei termini del primo gruppo di omologia. Abbiamo inoltre dimostrato che queste stime sono asintoticamente precise per una serie infinita di 3-varietà, più precisamente, per gli spazi lenticolari parametrizzati dalle coppie dei numeri di Fibonacci consecutivi. Questa è stata la prima serie infinita di 3-varietà chiuse la cui complessità ammette delle stime superiori e inferiori asintoticamente equivalenti.

In [7] ho sviluppato una teoria delle funzioni di Morse su poliedri semplici determinando i tipi di singolarità necessari e dimostrando alcune proprietà desiderabili quali un metodo per determinare se un poliedro semplice è anche speciale considerando gli insiemi di livello di una funzione di Morse su esso. L'articolo descrive inoltre una connessione tra la complessità di una varietà e i tipi dei punti critici delle funzioni di Morse sulle sue spine.

Completamenti profiniti di alcuni gruppi agenti sugli alberi

In [11] ho descritto i completamenti profiniti dei gruppi ramificati auto-simili senza la proprietà di congruenza costruiti nella mia tesi di dottorato. Più precisamente, mi sono concentrata sulla struttura del nucleo dell'omomorfismo naturale dal completamento profinito alla chiusura del gruppo nel gruppo di tutti gli automorfismi dell'albero. Ho dato una descrizione completa di questo nucleo che si è rivelato essere, in tutti i casi, un gruppo abeliano profinito avente come esponente un numero primo (il quale dipende dal grado della ramificazione dell'albero).

Stime sulla complessità asintoticamente equivalenti Cercando delle stime sulla complessità che non dipendano dall'omologia, Carlo Petronio e io abbiamo studiato le nozioni della complessità dei gruppi e del T-invariant di Delzant. Abbiamo fornito delle stime bilaterali sulla complessità e sul T-invariant di tutti i gruppi di Milnor nonché una stima inferiore sulla complessità e il T-invariant di un gruppo arbitrario che ammette una presentazione finita. Entrambe le caratteristiche forniscono delle stime inferiori sulla complessità di 3-varietà, e i nostri risultati ci hanno permesso di descrivere un nuovo insieme infinito di 3-varietà di Seifert per i quali la complessità può essere determinata asintoticamente a meno di funzioni lineari.

La descrizione di queste serie è stata data nei termini della teoria dei numeri. Più precisamente, le nostre serie sono composte dalle piccole varietà di Seifert parametrizzate dalle cosiddette coppie di Zaremba (le coppie (p, q) dove $p > q$ sono interi positivi coprimi tali che tutti i quozienti parziali nell'espansione di p/q come una frazione continua non eccedano 5) e dalle coppie di Zaremba deboli (tali che la media aritmetica dei quozienti parziali non ecceda 5). L'esistenza di una coppia di Zaremba per ogni p positivo è affermata dalla congettura di Zaremba formulata negli anni '70. Non è ancora noto se questa congettura sia vera ma grazie ai lavori di Beck, Cusick, Good, Hensley, Ramharther ed altri esistono delle stime asintotiche sulla dimensione di Hausdorff dell'insieme dei numeri q/p tali che (p, q) è una coppia di Zaremba. Questi risultati e quelli di Cooper sulla distribuzione delle deboli coppie di Zaremba suggeriscono che infatti tali coppie sono abbondanti e dunque i nostri risultati potrebbero fornire delle stime bilaterali sulla complessità asintoticamente equivalenti per molte varietà. Questi risultati sono descritti in [12].

Rivestimenti ramificati tra superfici Intraprendendo un altro approccio alla complessità di varietà, Petronio e io abbiamo lavorato sul problema di Hurwitz dell'esistenza dei rivestimenti ramificati tra superfici con prescritti dati di ramificazione. Questo problema appare in diversi settori di matematica; in particolare, è rilevante nella costruzione di rivestimenti tra varietà di Seifert e la nostra motivazione iniziale è stata raccogliere dei dati sperimentali sul comportamento della complessità sotto tali rivestimenti. Tuttavia la costruzione di un rivestimento tra due varietà di Seifert richiede di trovare prima un rivestimento nel senso degli orbifold tra i loro 2-orbifold di base e l'esistenza di tale rivestimento è equivalente all'esistenza di un certo rivestimento ramificato tra le superfici di base degli orbifold.

Il problema di Hurwitz è particolarmente difficile nel caso dei rivestimenti della sfera, nel cui caso l'esistenza dei dati non realizzabili da un rivestimento è stata dimostrata da diversi autori tramite la tecnica di Hurwitz puramente algebrica basata sulle permutazioni. Usando altri metodi (di natura geometrica) abbiamo identificato certe serie infinite dei dati non realizzabili le quali comprendono quasi tutte le eccezioni note (trovate tramite enumerazione con computer per gradi ≤ 22 da Zheng oppure con metodi algebrici) nonché delle eccezioni non note in precedenza, particolarmente con la superficie di rivestimento diversa dalla sfera e con più di tre punti singolari. Abbiamo inoltre dimostrato la realizzabilità di alcune serie infinite di dati le cui componenti difficilmente sono accessibili alla sperimentazione anche per gradi bassi. Queste dimostrazioni sono basate su diverse

tecniche derivate dai dessins d'enfants di Grothendieck, l'imprimitività nei gruppi, e la teoria dei grafi. Una breve esposizione dei nostri risultati appare in [9] e la descrizione completa è data in [10] e in [13].

Varietà ottenute tramite attaccamento delle facce dell'ottaedro Insieme con Damian Heard e Carlo Petronio, abbiamo studiato il seguente problema: quali varietà si ottengono attaccando in coppie le facce dell'ottaedro attraverso un omeomorfismo che inverte l'orientazione? Si è rivelato che per ottenere la risposta a questa domanda bisogna applicare alcuni strumenti delicati della geometria iperbolica e della tecnica delle decomposizioni JSJ. Abbiamo dimostrato che ci sono esattamente 191 varietà orientabili che possono essere ottenute in questo modo. Il nostro risultato è descritto in [14] e in [15].

Invarianti dei link colorati tramite somme di stati di Turaev-Viro Insieme con Petronio abbiamo investigato una certa nozione degli invarianti dei link colorati in 3-varietà ottenuti attraverso una specializzazione degli invarianti di Turaev-Viro delle 3-varietà. Abbiamo stabilito alcune proprietà basilari di tali invarianti dei link quali il comportamento sotto la somma connessa fuori e lungo i link. Queste proprietà ci hanno consentito di fornire esempi di link nella sfera tridimensionale con lo stesso polinomio HOMFLY e lo stesso polinomio di Kauffman ma con distinti invarianti di Turaev-Viro (simili esempi esistono anche per il polinomio di Alexander). Inoltre, abbiamo dato un formula che esprime gli invarianti di Turaev-Viro di un link attraverso una somma pesata dei quadrati dei valori assoluti degli invarianti di Witten-Reshetikhin-Turaev dello stesso link (dotato di un framing qualsiasi fissato). Infine, abbiamo fornito gli esempi di alcuni calcoli specifici, in particolare, abbiamo determinato i valori degli invarianti di Turaev-Viro di ordine 5 per tutti i nodi torici. I nostri risultati sono descritti in [16].

Complessità dei link Insieme con Petronio abbiamo studiato una certa nozione della complessità delle coppie $X = (M, L)$, chiamate *link-pairs*, dove M è una 3-varietà chiusa orientabile e $L \subset M$ è un link. La definizione impiega spine semplici, ma per le coppie X "buone" abbiamo dimostrato che la complessità $c(X)$ è uguale al numero minimo di tetraedri in una triangolazione di M che contenga L nel suo 1-scheletro. Modificando leggermente la recente teoria di Matveev delle *radici* dei grafi, abbiamo poi analizzato il comportamento della complessità sotto le somme connesse lungo e fuori del link. In particolare, abbiamo dimostrato che la complessità è quasi sempre additiva e abbiamo descritto in dettaglio le situazioni quando non lo è. Per fare ciò, abbiamo introdotto una certa $(0,2)$ -radice di una coppia X e abbiamo dimostrato che è ben definita e che X ha la stessa complessità di ogni sua $(0, 2)$ -radice. Abbiamo poi studiato i rapporti tra c e alcuni altri invarianti, come il numero minimo degli incroci per i link nella sfera 3-dimensionale e il volume iperbolico del complementare. Abbiamo fornito alcune stime superiori e inferiori sulla complessità nei termini di questi invarianti e, per alcune famiglie specifiche dei link, abbiamo dato delle stime asintoticamente piuttosto precise. Questi risultati sono descritti in [17].

11 Progetti di ricerca in corso

La mia attività di ricerca attuale è concentrata su alcuni progetti che sono emersi dalla ricerca descritta sopra. Le direzioni principali sono le seguenti.

Link e mattoni In collaborazione con Vito Sasso (studente di dottorato all'Università di Roma II, che sta facendo la tesi sotto la direzione di Petronio e di cui io sono corelatore) sto cercando di estendere la teoria dei mattoni dovuta a Martelli e Petronio dal caso delle 3-varietà al caso delle link-pairs di cui sopra. Il primo passo è introdurre una nozione convenevole di mattone per i link-pairs e trovare un elenco di mattoni che bastino per generare tutti i link-pairs della complessità bassa. A questo scopo vogliamo usare i risultati di Heard-Hodgson-Martelli-Petronio sull'enumerazione dei link in S^3 della bassa complessità e le spine minimali di questi link che ho già costruito.

Lo studio ulteriore degli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati Ci sono diverse linee di ricerca che vorrei seguire in questo ambito:

- *Usa degli altri tipi di dati iniziali.* Il punto di partenza per la definizione di un invariante di Turaev-Viro dei link colorati è una specie di dato iniziale astratto che soddisfa certi assiomi. Come nel caso degli invarianti di Turaev-Viro di 3-varietà, un tale dato potrebbe, ed in tutti i casi noti lo è, essere ottenuto da una categoria modulare quale, per esempio, la categoria delle rappresentazioni di $U_q(sl_2(\mathbb{C}))$. Tuttavia, nel caso dei link ci sono delle condizioni aggiuntive che vengono imposte sul datum e che non sono necessari nel caso delle varietà. Vorrei dunque capire quali categorie modulari forniscono i dati soddisfacenti queste condizioni;
- *Calcolo per presentazioni dei link framed via spine ramificate.* Unendo la nozione di una spina ramificata con la nozione di una spina di un link, ho trovato un modo per rappresentare un link framed in una 3-varietà da una spina ramificata di questa varietà con una regione segnata (tale spina viene chiamata una spina ramificata del link framed dato). Sto cercando di trovare un insieme di mosse sulla famiglia di tutte le spine ramificate di un link fissato tale che le mosse colleghino ogni due elementi della famiglia;
- *Le TQFT associate agli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati.* Siccome la costruzione degli invarianti di Turaev-Viro dei link colorati si estende a quella degli invarianti dei cosiddetti *tangle* in 3-varietà con bordo triangolato, è possibile usare questi ultimi per definire un funtore dalla categoria delle superfici triangolate con alcuni vertici colorati e dei loro cobordismi alla categoria degli spazi vettoriali. Vorrei capire se questo funtore definisce una TQFT (questo problema mi è stato posto da Julien Marché).

Lo studio delle varietà iperboliche di volume basso via la tecnologia Mom

La tecnologia Mom è stata introdotta di recente da Gabai, Meyerhoff e Milley come uno strumento per lo studio di varietà iperboliche di volume basso e ha loro permesso di identificare la più piccola varietà iperbolica chiusa dimostrando che ogni varietà il cui

volume non è superiore a una certa costante è un riempimento di Dehn di una delle cosiddette varietà Mom- k con $k \leq 3$. Sto lavorando su un progetto in cui vorrei applicare questa tecnologia a uno studio ulteriore di varietà iperboliche di volume basso. Le direzioni che sto seguendo al momento sono:

- *Estensione al caso di varietà con bordo geodetico.* La tecnologia Mom come è stata sviluppata da Gabai, Meyerhoff e Milley è applicabile solo alle varietà senza bordo (sia chiuse sia con cuspidi). Vorremmo estenderla alle varietà con bordo geodetico non vuoto cominciando dal caso delle varietà non compatte (ovvero quelle che hanno sia il bordo sia alcune cuspidi toriche);
- *Classificazione delle varietà Mom-2/3.* Queste varietà sono definite tramite un certo tipo di presentazione combinatoria e ci aspettiamo che due tali presentazioni distinte possano talvolta definire la stessa varietà. Vorremmo trovare delle condizioni perché ciò accada, con lo scopo di classificare tutte le varietà Mom-2 e Mom-3.

12 Pubblicazioni e prepubblicazioni

1. E. Pervova, *Indices of power subgroups in an almost torsion-free AT-group*, Vestnik Chelab. Univ. Ser.3 Mat. Mekh. Inform. **1** (1999), 174-182.
2. E. Pervova, *Everywhere dense subgroups of one group of tree automorphisms*, Proc. Steklov Inst. Math. **231** (2000), 339-350.
3. E. Pervova, *Topological properties and maximal subgroups of AT-groups*, Proc. internat. conf. "Low-dimensional topology and combinatorial group theory" (Chelyabinsk, July 31 - August 7, 1999). Kiev: Inst. of Math. of Nat. Acad. Sci. of Ukraine (2000), 281-291.
4. S. Matveev — E. Pervova, *Lower bounds on the complexity of three-dimensional manifolds*, Dokl. Math. (3) **63** (2001), 314-315. Tradotto da Dokl. Akad. Nauk (2) **378** (2001), 151-152.
5. E. Pervova, *The congruence property of AT-groups*, Algebra Logic (5) **41** (2002), 306-313.
6. E. Pervova, *Subgroup structure of AT-groups*, Tesi di dottorato, Ekaterinburg (2003).
7. E. Pervova, *Morse functions on simple polyhedra and a related way of presenting special spines of manifolds*, Siberian Adv. Math. (3) **13** (2003), 104-116.
8. E. Pervova, *Maximal subgroups of some non locally finite p -groups*, Internat. J. Algebra Comput. (5-6) **15** (2005), 1129-1150.
9. E. Pervova — C. Petronio, *On the Hurwitz existence problem*, Sib. Èlectron. Math. Izv. **2** (2005), 204-205.

10. E. Pervova — C. Petronio, *On the existence of branched coverings between surfaces with prescribed branch data, I*, *Algebr. Geom. Topol.* **6** (2006), 1957-1985.
11. E. Pervova, *Profinite completions of some groups acting on trees*, *J. Algebra* **310** (2007), 858-879.
12. E. Pervova — C. Petronio, *Complexity and T -invariant of Abelian and Milnor groups, and complexity of 3-manifolds*, *Math. Nachr.* (8) **281** (2008), 1182-1195.
13. E. Pervova — C. Petronio, *On the existence of branched coverings between surfaces with prescribed branch data, II*, *J. Knot Theory Ramifications* (7) **17** (2008), 787-816.
14. D. Heard — E. Pervova, Appendix to: C. Petronio, *Combinatorial and geometric methods in topology*, *Milan J. Math.* **76** (2008), 69-92.
15. D. Heard — E. Pervova — C. Petronio, *The 191 orientable octahedral manifolds*, *Experiment. Math.* (4) **17** (2008), 473-486.
16. E. Pervova — C. Petronio, *On colored Turaev-Viro invariants for links in arbitrary 3-manifolds*, *Int. Math. Res. Not.* **14** (2009), 2547-2587.
17. E. Pervova — C. Petronio, *Complexity of links in 3-manifolds*, *J. Knot Theory Ramifications* (10) **18** (2009), 1439-1458.
18. E. Pervova — C. Petronio, *Realizability and exceptionality of candidate surface branched covers: methods and results*, *Seminari di Geometria 2005-2009*, Università degli Studi di Bologna, Dipartimento di Matematica, Bologna 2010, pp. 105-120.
19. E. Pervova, *Lower bounds on complexity of geometric 3-orbifolds*, prepubblicazione math.GT/0912.5294, 11 pp.
20. E. Pervova, *Generalized Mom-structures and ideal triangulations of 3-manifolds with non-spherical boundary*, , prepubblicazione arXiv:1005.0329, 38 pp.

Pisa, 19 Agosto 2010

Ekaterina Pervova