Curriculum Scientifico – Anna Gori

Dati Personali

- Nata a Firenze, il 25 settembre 1974
- E-mail gori@math.unifi.it

Istruzione

- Diploma nel 1993 al Liceo Classico Dante di Firenze (60/60).
- 1997 Risulta vincitrice di borsa INdAM (durata 12 mesi).
- Laurea in matematica nel 1999 con massimo dei voti e lode all' Università di Firenze. Titolo della tesi: *Fenomeni ciclici per operatori di composizione su spazi di Bergman con peso.* Relatore, Prof. Graziano Gentili.
- Dal Marzo 2000 studentessa di dottorato presso il Dipartimento di Matematica U.Dini dell' Università di Firenze.
- Luglio 2003 Risultata vincitrice di assegno di ricerca presso il Dipartimento di matematica e applicazioni per l'architettura dell'Università di Firenze.
- 30 Settembre 2003 Consegue il titolo di Dottore di Ricerca. Titolo della tesi di dottorato *Coisotropic actions of compact Lie groups on Kähler manifolds.* Relatore Prof. Fabio Podestà.
- Luglio 2004 Rinnovo dell'assegno di ricerca presso il Dipartimento di matematica e applicazioni per l'architettura dell'Università di Firenze.
- Settembre 2004 Contratto per la didattica presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura.
- Marzo 2005 Risultata vincitrice di Borsa INdAM a decorrere da Luglio 2005 (durata 12 mesi).
- Da Aprile 2005 AMS reviewer.
- Luglio 2006 Ottiene rinnovo della Borsa INdAM fino al Novembre 2007.
- Giugno 2006-Novembre 2006 Sospende la Borsa INdAM per maternità.
- Traduttrice italiana del programma 3D-Xplormath (progetto curato da Richard Palais e Chuu-lian Terng).
- Ottobre 2007 Vincitrice di borsa post-dottorato presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna,
- Ottobre 2008 Ottiene rinnovo della borsa post-dottorato presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna,
- Luglio 2009 Vincitrice di Assegno di Ricerca presso il Dipartimento di matematica e applicazioni per l'architettura dell'Università di Firenze.

Periodi all'estero e corsi

- Giugno 1999 Convegno di analisi complessa, Levico
- Agosto 1999 Corso estivo alla Scuola Matematica Interuniversitaria a Perugia (proff. Schreyer e Stout).
- Giugno 2001 Convegno di analisi complessa, Levico
- Agosto 2001 Corso estivo alla scuola Matematica Interuniversitaria a Cortona (proff. Podestà e Le Brun).

– Novembre 2001 Convegno di matematica per la biologia presso IHES, Parigi.
– Novembre 2001 Miniscuola di biomatematica, Firenze.
– Maggio 2002 Conferenze in memoria di Fabio Bardelli, Firenze.
– Settembre 2002 Convegno "Proprietà Geometriche delle varietà reali e complesse nuovi contributi italiani III", Palermo.
– Novembre 2002 Invitata presso l'Università di Bochum dal Prof. A. Huckleberry.
– Luglio 2003 Invitata presso L'Università di Bochum dal Prof. P.Heinzner.
– Febbraio 2004 Partecipa al Workshop in Oberwolfach dal titolo "Finite and Infinite Dimensional Complex Geometry and Representation Theory". In cui tiene un seminario dal titolo *Coisotropic and Polar actions on complex Grassmannians.*
– Giugno 2004 Partecipa al convegno di analisi algebtrica CIME (Venezia)
– Settembre 2004 Invitata come conferenziere al convegno "Progressi recenti in geometria reale e complessa"(Levico)
– Marzo 2005 Tiene un seminario presso l'Universita' di Roma II "Tor Vergata" dal titolo *Azioni Hamiltoniane su varieta' Kaehleriane*
– Settembre 2005 Partecipa a convegno "Simmetry in Geometry and Physics"(Roma, Univ. La Sapienza)
– Ottobre-Dicembre 2005 Tiene una serie di seminari presso il dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura dell'Universitá di Firenze
– Aprile 2006 Partecipa al convegno "Recenti sviluppi della geometria complessa, differenziale, simplettica" (Centro di Ricerca "De Giorgi")(Pisa)
– Giugno 2007 Partecipa al convegno internazionale in onore di O. Kowalski "Recent advances in Differential Geometry" (Lecce)
– Settembre 2008 Partecipa al convegno internazionale GLAM: "Global Analysis on Manifolds" in onore di S. Gallot (Roma).
– Gennaio 2009 Partecipa a convegno dal titolo "Recenti Sviluppi in Geometria Complessa e Simplettica" (Pisa, Centro De Giorgi)
– Aprile 2009 Partecipa alla scuola organizzata dal CIRM dal titolo "Hamiltonian Actions: Invariants et classification" (Luminy, France)
– Maggio 2009 Tiene seminario su invito dal titolo " Sottovarietà Lagrangiane e Totalmente complesse : corrispondenze tramite la geometria dei Twistor"(Bologna)
– Giugno 2009 Partecipa al convegno "Kähler and Sasakian Geometry" (Rome)

Interessi di ricerca

Le tematiche qui di seguito riportate sono già state da me parzialmente affrontate nel corso di questi anni.

Gli argomenti che sono oggetto della mia ricerca si collocano tutti all'interno del più vasto ambito delle azioni di gruppi di Lie su varietà simplettiche e su varietà Kähleriane.
Come è noto quando l'azione di un gruppo di Lie riduttivo $G = K^{\mathbb{C}}$, ove K è compatto massimale in G, è Hamiltoniana, può essere introdotta ed assume un particolare rilievo nello studio della geometria della varietà X

su cui G opera, una mappa μ, detta *mappa momento*, definita su X ed a valori nell'algebra di Lie $\mathfrak{k}^*$.
Tramite un prodotto scalare K-invariante, opportunamente definito su $\mathfrak{k}$, grazie alla compattezza di K, è possibile identificare $\mathfrak{k}$ e la sua duale $\mathfrak{k}^*$. L'algebra di Lie $\mathfrak{t}$ di un toro massimale $T \subseteq K$ corrisponde ad un sottospazio $\mathfrak{t}^*$ in $\mathfrak{k}^*$, e una Weyl chamber positiva $\mathfrak{t}^*_+$ interseca ciascuna orbita coaggiunta in un unico punto. Denoteremo con $\mu(X)_+$ l'intersezione di $\mu(X)$ con $\mathfrak{t}^*_+$.

Relazioni tra orbite ed immagine della mappa momento Una volta costruita la mappa momento μ è possibile definire la sua norma $f := \|\mu\|^2 : X \to \mathbb{R}$. In due lavori di Frances Kirwan e Linda Ness vengono studiati i punti critici di questa applicazione. In particolare nel primo lavoro si prova che la funzione f pur non essendo una funzione tipo Bott-Morse, induce comunque una stratificazione della varieà X.
Nell'ambito della mia tesi di dottorato si sono determinate alcune prime relazioni tra i punti critici della f e "tipi" di orbite. Nel caso più semplice di gruppi di Lie G con due orbite (Two-orbits varieties) si sono trovate interessanti relazioni tra i punti critici di massimo e minimo della funzione f e orbite di tipo complesso e totalmente reale. In questo caso, in particolare, è stato possibile provare che la funzione f è di Morse-Bott, determinando al contempo proprietà sulla coomologia di X. L'obbiettivo della nostra ricerca è adesso quello di approfondire lo studio di queste particolari varietà, cercando altresì una dimostrazione diretta della "congettura di Luna" in base alla quale la mappa momento sulle Two-orbits varieties separa le orbite. Ci proponiamo inoltre di studiare la possibile generalizzazione dei risultati ottenuti al caso di varietà con un numero finito di G-orbite.

Stratificazioni di varietà Kähler Una breve descrizione di questa parte della ricerca richiede che si introduca la nozione di insieme di *punti semistabili*. Indicando ancora con G il complessificato del gruppo K, e con X una G-varietà Kähler compatta, l'insieme dei punti *semistabili* rispetto alla fibra $\mu^{-1}(\beta)$ è definito semplicemente come

$$X(\mu, \beta) := \{x \in X : \overline{Gx} \cap \mu^{-1}(\beta) \neq \emptyset\}.$$

Sotto l'ipotesi di convessità di $\mu(X)_+$, è stato possibile caratterizzare questi insiemi, provando inoltre nel caso in cui X sia compatta e Kähler che essi sono aperti nella topologia di Zariski. Questa proprietà permette di introdurre, in un'ottica diversa rispetto a quella seguita dalla Kirwan, una stratificazione della varietà X. Poichè siamo riusciti a trovare una caratterizzazione di $X(\mu, \beta)$ anche nel caso in cui X non sia compatta, si può affrontare il problema dell'esistenza di stratificazioni in assenza di ipotesi di compattezza.

Azioni S-asystatiche Stiamo attualmente affrontando alcuni problemi correlati con lo studio delle azioni *coisotrope* su varietà Kähler. In particolare si sta cercando una generalizzazione di alcune proprietà valide per *azioni polari* ad azioni *coisotrope*.
Più precisamente ricordo che l'azione di un gruppo di Lie compatto K su di una varietà X si dice *polare* se esiste una sottovarietà Σ, detta *sezione*, in X che interseca ogni K-orbita ed è ad essa ortogonale nei punti di intersezione. A partire dalla sezione Σ è possibile introdurre un gruppo $W(\Sigma)$, finito, detto gruppo di Weyl generalizzato, che agisce su Σ e tale che lo spazio delle orbite X/K risulta essere diffeomorfo a $\Sigma/W(\Sigma)$.
Ricordiamo inoltre che un gruppo di Lie K agisce su di una varietà

simplettica (X, ω) in maniera coisotropa se le K-orbite principali sono coisotrope rispetto alla forma simplettica ω.
Knop con tecniche di geometria algebrica e teoria di Galois ha provato, per rappresentazioni coisotrope (più comunemente chiamate *multiplicity free*) alcuni risultati "simili" al Teorema di Restrizione per le Rappresentazioni Polari, e in particolare ha introdotto un gruppo finito W che agisce su di un sottospazio S dello spazio di rappresentazione. Motivati dai risultati di Knop abbiamo cercato, con tecniche di geometria simplettica, di determinare l'equivalente della sezione Σ e del gruppo di Weyl generalizzato nel caso di rappresentazioni multiplicity free.

Deformazioni Hamiltoniane Delzant ha congetturato che $\mu(X)_+$, insieme ad altri invarianti dell'azione del gruppo K determini la varietà X, a meno di simplettomorfismi K-equivarianti (la congettura é stata risolta in alcuni casi speciali). Ho affrontato una versione locale di questa congettura. Date le coppie Hamiltoniane (ω, φ) dove ω denota la forma simplettica su X e φ l'azione del gruppo K su X si sono studiate le loro deformazioni.

Sottovarietà Lagrangiane omogenee Ho successivamente iniziato una ricerca volta alla determinazione di sottovarietà Lagrangiane nello spazio proiettivo complesso, $P^n(\mathbb{C})$.
Oh ha auspicato l'introduzione di "metodi di azioni di gruppi" per costruire esempi di sottovarietà Lagrangiane nello spazio proiettivo e più in generale in tutti gli spazi Hermitiani simmetrici. Proprio con questi strumenti siamo riusciti a dare, nel caso di un gruppo di Lie compatto semplice che agisce in maniera Hamiltoniana sul proiettivo complesso, la classificazione esplicita di tutte le sottovarietà Lagrangiane omogenee in $P^n(\mathbb{C})$.
I metodi usati possono essere applicati per ottenere un'analoga classificazione di sottovarietà Lagrangiane omogenee nelle quadriche o, più in generale, in tutti gli spazi Hermitiani simmetrici.
Abbiamo proseguito la ricerca intrapresa volta alla determinazione di sottovarietà Lagrangiane nello spazio proiettivo complesso $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$, e più in generale alla indagine di condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza e l'unicità di sottovarietà Lagrangiane omogenee per l'azione di un gruppo di Lie compatto, non necessariamente semisemplice, su di una varietà compatta. Stiamo analizzando sotto quali ipotesi le orbite Lagrangiane, nel caso non semisemplice, risultino essere minime.

Sottovarietà Lagrangiane Hamiltonianamente stabili Sia $i : L \hookrightarrow M$ una sottovarietà Lagrangiana minima di una varietà Kähler (M, g, ω). Una deformazione $\{L_t\}$ di L tale che $\frac{dL_t}{dt}|_{t=0} = V$ è detta *variazione Hamiltoniana* se la 1-forma su L, $i^*(\iota_V \omega)$ è esatta. Una sottovarietà minima Lagrangiana è detta *Hamiltonianamente stabile* se la seconda variazione del funzionale area tramite variazioni Hamiltoniane è non negativa.
Abbiamo iniziato ad affrontare lo studio della *stabilità Hamiltoniana* di alcune delle sottovarietà Lagrangiane ottenute nella classificazione delle sottovarietà di $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$.
Più precisamente abbiamo determinato un esempio di sottovarietà minima Hamiltonianamente stabile in $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ che non ha seconda forma fondamentale parallela.
Amarzaya and Ohnita hanno studiato la stabilità Hamiltoniana di alcune sottovarietà del proiettivo complesso, mostrando in particolare che tutte le sottovarietà di $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ con seconda forma fondamentale parallela sono Hamiltonianamente stabili. Questo risultato li ha condotti a formulare

la seguente domanda : una sottovarietà minima compatta Lagrangiana di $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ Hamiltonianamente stabile ha necessariamente seconda forma fondamentale parallela? Il nostro risultato da' una risposta negativa a questo quesito.

Sottovarietà omogenee totalmente complesse Abbiamo utilizzato i risultati ottenuti dallo studio delle condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza e l'unicità di sottovarietà Lagrangiane omogenee per dare una caratterizzazione delle sottovarietà totalmente complesse omogenee di una varietà Quaternion-Kähler M.
In particolare, si sono trovate delle "corrispondenze" tra sottovarietà totalmente complesse omogenee della varietà M e sottovarietà Lagrangiane dello spazio dei Twistor Z di M.
Congetturiamo che le varietà Quaternion-Kähler con curvatura scalare positiva che ammettono un'orbita totalmente complessa per l'azione di un gruppo di Lie compatto siano tutti spazi di Wolf; la corrispondenza stabilita tra orbite totalmente complesse in M e orbite Lagrangiane in Z, unitamente alle condizioni necessarie per l'esistenza di un'orbita Lagrangiana da noi determinate, ci sembra che permettano di applicare alcuni risutati di Dancer e Swann che forzano M ad essere uno spazio di Wolf. Grazie alla classificazione da noi ottenuta delle orbite Lagrangiane per l'azione di un gruppo semplice compatto nello spazio proiettivo complesso, utilizzando la corrispondenza stabilita, è possibile dare una classificazione delle orbite totalmente complesse nel proiettivo quaternionale.

Sottovarietà Legendriane dello spazio Proiettivo Complesso La corrispondenza stabilita tra sottovarietà totalmente complesse di una varietà Quaternion-Kähler positiva M e sottovarietà Lagrangiane del suo spazio dei Twistor Z merita una ulteriore indagine. É noto che sullo spazio dei Twistor Z è ben definita una struttura di contatto. Oltre al "sollevamento" Lagrangiano è così possibile costruire un altro "sollevamento" naturale di una sottovarietà totalmente complessa in M che risulta essere una sottovarietà Legendriana del Twistor Z. Landsberg e Manivel hanno indagato, con tecniche più vicine alla geometria algebrica, sottovarietà Legendriane del proiettivo complesso. Abbiamo provato che le sottovarietà Legendriane omogenee in Z si proiettano a sottovarietà totalmente complesse, ancora omogenee in M. Grazie alla classificazione da noi ottenuta delle sottovarietà totalmente complesse omogenee nello spazio proiettivo quaternionale, possiamo dare una classificazione completa delle sottovarietà Legendriane omogenee del proiettivo complesso (provando altresì che queste risultano essere *subadjoint* come congetturato da Landsberg, Manivel e Buczynski). Non tutte le sottovarietà Legendriane di Z sono "proiettabili" a sottovarietà totalmente complesse in M. Abbiamo indagato condizioni necessarie e sufficienti a garantire la proiettabilità di varietà Legendriane in Z. Stiamo attualmente studiando se possano esistere sottovarietà Legendriane quasi omogenee in $P^{2n+1}(\mathbb{C})$ proiettabili. Congetturiamo che non esistano esempi diversi da quelli omogenei. Per provarlo sembra naturale usare la tripla corrispondenza X Legendriana in Z, N la sua proiezione totalmente complessa in M e $\mathcal{L}(N)$ sollevamento Lagrangiano in Z.

Azioni 3-coisotrope e rango di omogeneità In analogia con le azioni coisotrope di gruppi di Lie su varietà simplettiche e Kähleriane, abbiamo introdotto e studiato un tipo di azione isometrica su varietà Quaternion Kähler M che abbiamo chiamato *Azione 3-coisotropa.* Utilizzando lo spazio dei Twistor Z su M, abbiamo trovato una caratterizzazione di queste azioni in termini di un invariante algebrico dell'azione il *rango di omogeneità* . Grazie a questa caratterizzazione siamo riusciti a classificare tutti i gruppi di Lie compatti che agiscono con rango di omogeneità zero sul proiettivo quaternionale.

Varietà HKT (HyperKähler con Torsione) In collaborazione con Dmitri Alkseevsky (University of Edinburgh, UK), Lucio Bedulli e Fabio Podestà mi sto occupando della classificazione delle strutture HKT e para-HKT su gruppi di Lie semisemplici. Un ulteriore progetto prevede di studiare (ed eventualmente classificare) le varietà HKT con coomogeneità bassa. Come primo passo siamo riusciti a dimostrare che una famiglia di sottovarietà omogeenee HKT determinata da Joyce esaurisce tutti gli esempi di varietà omogenee HKT.

Didattica

- Anno 2001/2002.
  Esercitazioni del corso *Istituzioni di Geometria Superiore.*
  Titolare del corso: Prof. G.Gentili
  I° modulo: Topologia Algebrica
  II° modulo: Geometria Differenziale
- Anno 2003/2004.
  Esercitazioni del corso di *Matematica* 1 ad Architettura.
  Titolare del corso: Prof.ssa A.Selvaggi.
- Anno 2003/2004.
  Esercitazioni del corso di *Matematica* 2 ad Architettura.
  Titolare del corso: Prof.ssa A. Nannicini.
- Anno 2004/2005.
  Esercitazioni del corso di *Matematica* 1 ad Architettura.
  Titolare del corso: Prof.ssa A. Nannicini.
- Anno 2004/2005.
  Esercitazioni del corso di *Matematica* 2 ad Architettura.
  Titolare del corso: Prof.ssa A. Selvaggi.
- Anno 2005/2006.
  Esercitazioni del corso di *Matematica* 1 ad Architettura.
  Titolare del corso: Prof.ssa A. Selvaggi.
- Anno 2006/2007.
  Esercitazioni di *Istituzioni di Geometria Superiore.*
  Titolare del corso: Prof. G.Gentili
  II° modulo: Geometria Differenziale
- Anno 2007/2008.
  Esercitazioni del corso *Geometria IV.*
  Titolare del corso: Prof. S. Coen
  (Dipartimento di Matematica di Bologna)
- Anno 2008/2009.
  Esercitazioni del corso *Geometria IV.*
  Titolare del corso: Prof. S. Coen
  (Dipartimento di Matematica di Bologna)

Altre informazioni

- Lingue parlate: inglese (ottimo), francese(buono)

Produzione Scientifica

- *A Note on the moment map on compact Kähler manifolds* scritto in collaborazione con il Prof. Fabio Podestá (Ann. Global Anal. Geom. 26 (2004), no. 3, 315–318).

- *Two-orbit Kähler manifolds and Morse Theory* scritto in collaborazione con il Prof. Fabio Podestá (Monatsh. Math. 143 (2004), no. 2, 105–114).
- *Coisotropic and Polar actions on complex Grassmannians* scritto in collaborazione con Dott. Leonardo Biliotti (Transactions of AMS, 357 (2005), no.5, 1731-1751).
- *The structure of faces of the momentum image I* scritto in collaborazione con il Prof. P.Heinzner e il Dott. C.Stöcker (preprint).
- *A Splitting result for compact symplectic manifolds* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (Results Math. 47 (2005), no. 3-4, 194–198).
- *Symplectically asystatic actions of compact Lie groups* scritto in collaborazione con Prof. F. Podestá (Trans. Groups (2006), no. 2, 177–184).
- *Cyclic Phenomena for composition operators on Weighted Bergman Spaces* (Boll. U.M.I. 9-B (2006), 529-543).
- *On deformations of Hamiltonian actions* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (Arch. Math. 88 (2007), no. 5, 468–480).
- *A Hamiltonian stable minimal Lagrangian submanifold of projective space with non-parallel second fundamental form* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (Trans. Groups (2007), no. 12, 611–617)
- *Homogeneous Lagrangian submanifolds* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (Comm. Anal. Geom. (2008), no. 3, 591-615).
- *Actions of Vanishing homogeneity rank on quaternionic-Kähler projective spaces* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (J. Lie Theory 18 (2008), no. 4 817–837).
- *Maximal totally complex submanifolds of $\mathbb{HP}^n$: homogeneity and normal holonomy* scritto in collaborazione con Lucio Bedulli e Fabio Podestá (arXiv:DG0810.0173) Accettato per la pubblicazione in Bull. London Math. Soc.

Articoli in preparazione

- *Homogeneous HKT manifolds* in collaborazione con L. Bedulli e F. Podestà.

Per tutti i lavori presentati sono stati adempiuti gli obblighi previsti dall'art. 1 del decreto legislativo luogotenenziale 31 Agosto 1945 n.660.

Consapevole delle sanzioni penali richiamate dall'art.76 del D.P.R. 28.12.2000, n.445 per le ipotesi di falsitá in atti e dichiarazioni mendaci, la sottoscritta dichiara che quanto sopra riportato corrisponde a veritá.