Curriculum vitae

Laura Valentina Spinolo

Informazioni personali

- *Luogo e data di nascita:* Pavia, 11 Luglio 1979.
- *Cittadinanza:* italiana.
- *Residenza:* via Gerla 16, 27100, Pavia. Telefono: 0039 320 0757504.
- *Email:* lauravalentina.spinolo@gmail.com
- *Pagina web:* http://www.math.northwestern.edu/∼spinolo/

Esperienze professionali

- *Da Settembre 2010:* Postdoc
  Gruppo di ricerca Prof. Camillo De Lellis
  Università di Zurigo, Svizzera.
- *Ottobre 2008-Agosto 2010:* Junior Visiting Position
  Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, Pisa
- *Settembre 2006-Agosto 2008*: Boas Assistant Professor
  Northwestern University, USA.

Studi

- *Ottobre 2006:* PhD, SISSA, Trieste (Settore di Analisi Funzionale e Applicazioni).
  Titolo equipollente a quello di *Dottore di Ricerca in Matematica*
  Relatore: Prof. Stefano Bianchini
  Tesi: *Parabolic approximation of hyperbolic initial boundary value problems*
- *Settembre 2002:* Laurea, Università degli Studi di Pavia
  Voto: 110/110 e lode
  Relatore: Prof. Giuseppe Savaré
  Tesi: *Dipendenza degli autovalori di un operatore ellittico da perturbazioni del dominio*

Istituti visitati

- *Maggio 2006*: The Pennsylvania State University, USA, Prof. Alberto Bressan
- *Aprile 2007*: The Pennsylvania State University, USA, Prof. Alberto Bressan

- *Giugno 2007*: SISSA, Trieste, Prof. Stefano Bianchini
- *Luglio 2007*: Fudan University, Shanghai, Cina, Prof. Zhou Yi
- *Settembre 2008*: Università degli Studi di Parma, Dr. Gianluca Crippa.

Borse di studio e grants

- *1998-2002:* Alunna del Collegio Ghislieri, Pavia
- *1998-2002:* Alunna S.U.S (Scuola Universitaria Superiore), Pavia.
- *Giugno 2008:* "Travel Grant", finanziato dalle fondazioni statunitensi NSF (*National Science Foundation*) ed AWM (*Association for Women in Mathematics*)

Pubblicazioni e preprints

Tutti i miei lavori sono disponibili sulla mia pagina web.

1. **Vanishing viscosity solutions of a 2×2 triangular hyperbolic system with Dirichlet conditions on two boundaries**,
   Indiana University Mathematics Journal, 56, 2007, pagine 279-364.

2. **The boundary Riemann solver coming from the real vanishing viscosity approximation** (con Stefano Bianchini)
   Archive for Rational Mechanics and Analysis, 191(2009), n. 1, pagine 1-96.

3. **Invariant manifolds for viscous profiles of a class of mixed hyperbolic-parabolic systems** (con Stefano Bianchini).
   Pagine 419-429 in "Hyperbolic Problems: Theory, Numerics and Applications", *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, volume 67, AMS, Providence, 2009.

4. **Some new well-posedness results for continuity and transport equations, and applications to the chromatography system** (con Luigi Ambrosio, Gianluca Crippa e Alessio Figalli)
   SIAM Journal on Mathematical Analysis, Volume 41, Issue 5, pagine 1890-1920 (2009).

5. **A connection between viscous profiles and singular ODEs** (con Stefano Bianchini)
   Rendiconti dell'Istituto di Matematica dell'Università di Trieste. Volume 41 (2009), pagine 35-41.

6. **An overview on some results concerning the transport equation and its applications to conservation laws** (con Gianluca Crippa)
   Communications on Pure and Applied Analysis. In attesa di stampa.

7. **Notes on the study of the viscous approximation of hyperbolic problems via ODE analysis**
   Rivista di Matematica della Università di Parma. In attesa di stampa.

8. **Existence and uniqueness results for the continuity equation and applications to the cromatography system** (con Luigi Ambrosio, Gianluca Crippa e Alessio Figalli)
   In attesa di stampa in “Nonlinear Conservation Laws and Applications”, *IMA Volume in Mathematics and its Applications*, Springer, New York.

9. **Invariant manifolds for a singular ordinary differential equation** (con Stefano Bianchini)
   Journal of Differential Equations. Accettato.

10. **A uniqueness criterion for viscous limits of boundary Riemann problems** (con Cleopatra Christoforou)
    Submitted.

11. **On the self-similar, zero viscosity limit for a boundary Riemann problem** (con Cleopatra Christoforou)
    Preprint.

Area di ricerca

Interessi di ricerca: • leggi di conservazione
• equazioni differenziali ordinarie con singolarità
• equazione del trasporto
• problemi agli autovalori per equazioni ellittiche

Nota: per una descrizione più ampia si veda la sezione “Descrizione dell’attività di ricerca” al termine del curriculum

Corsi tenuti in conferenze (su invito)

- *Seventh Meeting on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics: Recent Results and Research Perspectives*
  31 Agosto-4 Settembre 2009, SISSA, Trieste
  Corso di 5 ore *On the study of the viscous approximation of hyperbolic problems via ODE analysis*

Seminari (su invito)

- *13 Dicembre 2005*: Università degli Studi di Pavia
- *28 Marzo 2006*: SISSA, Trieste
- *25 Maggio 2006*: Northwestern University, Evanston, USA
- *16 Novembre 2006*: Northwestern University, Evanston, USA
- *22 Dicembre 2006*: Università degli Studi di Brescia
- *11 Luglio 2007*: Fudan University, Shanghai, Cina

- *17 Luglio 2007*: Fudan University, Shanghai, Cina
- *18 Dicembre 2007*: Università degli Studi di Bologna
- *28 Febbraio 2008*: University of Houston, USA
- *Settembre 2008*: Università degli Studi di Parma, minicorso di 6 seminari
  Some results concerning one dimensional systems of conservation laws
- *22 Gennaio 2009*: Università degli Studi di Pisa
- *16 Dicembre 2009*: Università di Zurigo, Svizzera
- *In programma (15 Settembre 2010)*: Università degli Studi di Padova

Comunicazioni in conferenze (su invito)

- *Fourth Meeting on Hyperbolic Conservation Laws*
  13-14 Giugno 2005, SISSA, Trieste
- *Mathematics and its applications (Special Session on Hyperbolic and Transport Problems)*
  3-7 Luglio 2006, Torino
- *Hyperbolic Systems of Conservation Laws and Related Problems*
  28 Ottobre-2 Novembre 2006, Banff International Research Station, Canada
- *Fifth Meeting on Hyperbolic Conservation Laws*
  21-22 Giugno 2007, SISSA, Trieste
- *Equadiff 07 (Minysimposium on hyperbolic conservation laws)*
  5-11 Agosto 2007, Vienna University of Technology, Vienna, Austria
- *AMS 2007 Fall Central Section Meeting (Special Session on Nonlinear Conservation Laws and Related Problems)*
  5-6 Ottobre 2007, De Paul University, Chicago, USA.
- *First Joint Meeting of the AMS and Shangai Mathematical Society (Special Session on Nonlinear Systems of Conservation Laws and Related Topics)*
  17-21 Dicembre 2008, Fudan University, Shanghai, Cina.
- *IMA summer program on Nonlinear Conservation Laws and Applications*
  13-31 Luglio 2009, Institute for Mathematics and its Applications, Minneapolis, USA.
- *Nonlinear Conservation Laws and Related Problems*
  4-9 Ottobre 2009, Banff International Research Station, Canada
- *Conference on Control of PDEs*
  25-29 Gennaio 2010, CIRM, Luminy, Marsiglia, Francia.

Altre comunicazioni in conferenze

- *International Conference on Differential Equations: From Theory to Computational Science and Engineering*
  20-22 Ottobre 2005, ETH, Zurigo, Svizzera
- *HYP2006, The Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems.*
  17-21 Luglio 2006, École Normale Supérieure de Lyon, Francia

- *HYP2008, The Twelfth International Conference on Hyperbolic Problems.*
  9-13 Giugno 2008, University of Maryland at College Park, USA
- *IperBA09 XIII Incontro Nazionale Problemi di Tipo Iperbolico*
  11-13 Febbraio 2009, Università degli Studi di Bari
- *Intensive Research Month on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics*
  1-28 Febbraio 2010, Università degli Studi di Parma
- *International Summer School on "Mathematical Fluid Dynamics"*
  27 Giugno-2 Luglio 2010, Levico Terme (Trento)
- *Eighth Meeting on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics*
  In programma (2-4 Settembre 2010), SISSA, Trieste.

Attività didattica

Corsi tenuti da titolare (Northwestern University)

- I Trimestre A.A. 2006-2007: "Differential Calculus of Multivariable Functions", 2 sezioni
- II Trimestre A.A. 2006-2007: "Differential Calculus of Multivariable Functions", 2 sezioni
- I Trimestre A.A. 2007-2008: "Differential Calculus of Multivariable Functions", 2 sezioni
- II Trimestre A.A. 2007-2008: "Multiple Integration and Vector Calculus", 1 sezione
- III Trimestre A.A. 2007-2008: "Linear Algebra, Second Course", 1 sezione

Nota: l'attività didattica presso la Northwestern University è organizzata in trimestri. Ogni trimestre, vi possono essere diverse "sezioni" del medesimo corso.

Esercitazioni (Università degli Studi di Pavia)

- I Semestre A.A. 2001-2002: "Concetti di Analisi Matematica di Base"
- II Semestre A.A. 2001-2002: "Strumenti di Analisi Matematica di Base"

Attività di referee

Referee per le seguenti riviste: *Proceedings of the American Mathematical Society*, *Journal of Hyperbolic Differential Equations*, *Communications on Pure and Applied Analysis*, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *Journal of Elasticity.*

Competenze linguistiche

Italiano: lingua madre. *Inglese:* conoscenza molto buona

Descrizione dell'attività di ricerca

L'attività di ricerca che ho svolto sinora ha riguardato principalmente lo studio dei sistemi di leggi di conservazione. Inoltre, ho lavorato su problemi riguardanti due ambiti di ricerca diversi, ma dotati entrambi di applicazioni allo studio delle leggi di conservazione, ovvero le equazioni ordinarie con singolarità e l'equazione di trasporto. Infine, nella mia tesi di laurea ho studiato un problema connesso alla dipendenza degli autovalori di un operatore ellittico da perturbazioni del dominio.

Consideriamo un sistema di leggi di conservazione in una dimensione spaziale

$$\partial_t U + \partial_x [F(U)] = 0, \tag{1}$$

ove $U(t, x) \in \mathbb{R}^N$, $(t, x) \in [0, +\infty[\times\mathbb{R}$ e il flusso $F : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^N$ è una funzione regolare (di classe $\mathcal{C}^2$). Equazioni di questo tipo si incontrano nello studio di molti fenomeni fisici, ad esempio nell'ambito della fluidodinamica (equazione di Eulero ed altre). Una delle principali difficoltà incontrate nello studio di (1) è la seguente: consideriamo dapprima un problema di Cauchy, ottenuto assegnando un dato iniziale

$$U(0, x) = U_0(x). \tag{2}$$

È noto che, anche se U_0 è molto regolare, in generale le soluzioni classiche di (1)-(2) sono definite solo su un intervallo finito di tempi, dopo il quale sviluppano discontinuità. È quindi naturale considerare soluzioni distribuzionali di (1)-(2): in generale, però, esse non sono uniche. Nel tentativo di selezionare una soluzione distribuzionale unica, sono stati formulati numerosi *criteri di ammissibilità*, spesso motivati da considerazioni fisiche. In particolare, dal punto di vista fisico è interessante capire quali soluzioni distribuzionali di (1) possano essere ottenute considerando il limite $\varepsilon \to 0^+$ di un'approssimazione viscosa

$$\partial_t U_\varepsilon + \partial_x \Big[F(U_\varepsilon) \Big] = \varepsilon \partial_x \Big[B(U_\varepsilon) \partial_x U_\varepsilon \Big], \tag{3}$$

ove $B(U_\varepsilon)$ è una matrice che dipende dal modello fisico che si sta considerando: ad esempio, se l'equazione (1) è l'equazione di Eulero, una scelta naturale è considerare in (3) l'equazione di Navier-Stokes.

Nel caso il dato di Cauchy (2) abbia variazione totale sufficientemente piccola, vi sono risultati di esistenza e unicità di soluzione distribuzionali ammissibili di (1)-(2) definite per ogni $t \geq 0$. A meno di introdurre ulteriori ipotesi sulla struttura del flusso F, la condizione di variazione totale piccola è necessaria, come dimostrato da opportuni controesempi. Sempre sotto l'ipotesi che il dato di Cauchy abbia variazione totale sufficientemente piccola, è stato dimostrato che le soluzioni U_ε di (3) convergono a un'unica soluzione distribuzionale di (1) nel caso in cui $B(U_\varepsilon) \equiv I$ (matrice identità). Il caso generale è, invece, tuttora aperto e la dimostrazione della convergenza viene considerata un problema molto difficile ed interessante.

Parte della mia attività di ricerca è stata dedicata allo studio del limite dell'approssimazione viscosa (3) nel caso di problemi di bordo. In questo ambito, si incontrano fenomeni di *boundary layer*: detto altrimenti, supponiamo che su (3) si impongano le condizioni

$$U_\varepsilon(t, 0) = U_b(t) \qquad\qquad U_\varepsilon(0, x) = U_0(x).$$

Supponiamo di aver dimostrato che per $\varepsilon \to 0^+$ U_ε converga (in una opportuna topologia) a una soluzione distribuzionale U di (1) e che il limite U soddisfi la condizione seguente: per ogni t, $\lim_{x\to 0^+} U(t,x)$ esiste ed è finito (risultati parziali di questo tipo sono stati in effetti ottenuti). A causa di fenomeni di *boundary layer*, in generale U non assumerà il dato al bordo $U_b(t)$, ovvero $\lim_{x\to 0^+} U(t,x) \neq U_b(t)$. Addirittura, si ha che, mantenendo fissi i dati U_b e U_0 e il flusso F, e facendo variare la matrice B, in generale la traccia $\lim_{x\to 0^+} U(t,x)$ *varia*.

Nell'articolo *Vanishing viscosity solutions of a* 2×2 *triangular hyperbolic system with Dirichlet conditions on two boundaries* ho studiato l'approssimazione viscosa (3) nel caso $B(U_\varepsilon) \equiv I$, considerando il caso in cui $(t,x) \in [0,+\infty[\times[0,\ell]$ e ottenendo risultati di convergenza, stabilità e unicità del limite.

Nell'articolo *The boundary Riemann solver coming from the real vanishing viscosity approximation*, in collaborazione con S. Bianchini, ci siamo concentrati su una specifica classe di problemi, i cosiddetti *problemi di Riemann al bordo*, che sono rilevanti perchè il loro studio costituisce la base per la costruzione di schemi di approssimazione molto importanti quali lo schema di Glimm e l'algoritmo di *wave front-tracking*. Nel lavoro con S. Bianchini abbiamo assunto che le U_ε in (3) convergano (come detto prima, la dimostrazione di questo fatto è un problema aperto nel caso generale) e abbiamo fornito una caratterizzazione del limite: il problema è significativo perchè le soluzioni distribuzionali di un problema di Riemann al bordo non sono uniche e anzi il limite dipende dalla matrice B. Nell'articolo con S. Bianchini abbiamo imposto su B condizioni che siano soddisfatte da esempi fisicamente significativi.

Nei preprint *On the self-similar, zero viscosity limit of a boundary Riemann problem* e *A uniqueness criterion for viscous limits of boundary Riemann problems*, entrambi in collaborazione con C. Christoforou, consideriamo un tipo diverso di approssimazione, in cui la viscosità dipende dal tempo e il sistema approssimante ammette soluzioni autosimili $U_\varepsilon(t,x) = V_\varepsilon(x/t)$. Ci occupiamo dell'analisi del limite.

Un punto fondamentale nello studio dell'approssimazione (3), sia nel caso del problema di Cauchy che in quello dei problemi di bordo, è lo studio dei cosiddetti *profili viscosi*, che sono particolari soluzioni di (3) che vengono ottenute risolvendo opportune equazioni differenziali ordinarie (EDO). In *Notes on the study of the viscous approximation of hyperbolic problems via ODE analysis* fornisco una panoramica su come tecniche provenienti dallo studio delle EDO possano essere applicate all'analisi di (3). In *A connection between viscous profiles and singular ODEs*, in collaborazione con S. Bianchini, spieghiamo come, in casi anche molto interessanti dal punto di vista fisico (equazione di Navier-Stokes scritta in coordinate euleriane) i profili viscosi possano soddisfare un'equazione ordinaria singolare nella forma

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\zeta(V)} G(V), \tag{4}$$

ove $V \in \mathbb{R}^d$, G e ζ sono funzioni regolari che prendono valori in $\mathbb{R}^d$ ed $\mathbb{R}$ rispettivamente. Diciamo che l'equazione è singolare perchè $\zeta(V)$ può assumere il valore 0.

Nel lavoro *Invariant manifolds for a singular differential equation*, in collaborazione con S. Bianchini, ci occupiamo dell'analisi di (4). Una varietà $\mathcal{M}$ è invariante per (4) se soddisfa la condizione seguente: se $V(0)$ appartiene a $\mathcal{M}$, allora la soluzione $V(t)$ di (4) appartiene ad $\mathcal{M}$ per ogni t. I risultati che otteniamo si applicano in particolare allo studio dei profili viscosi dell'equazione di Navier-Stokes scritta in coordinate euleriane. Stesso argomento ha anche il lavoro *Invariant manifolds for viscous profiles of a class of mixed hyperbolic-parabolic systems*, in collaborazione con S. Bianchini.

Nell'articolo *Some new well-posedness results for continuity and transport equations, and applications to the chromatography system*, in collaborazione con L. Ambrosio, G. Crippa e A. Figalli, ci occupiamo dell'equazione di continuità

$$\partial_t u + \mathrm{div}_x(bu) = 0 \qquad \text{ove } (t,x) \in [0,+\infty[\times\mathbb{R}^d,\ u(t,x) \in \mathbb{R} \text{ e } b(t,x) \in \mathbb{R}^d. \tag{5}$$

Nel caso in cui il coefficiente b abbia regolarità rispetto alla variabile spaziale di tipo Sobolev o BV (variazione totale limitata) sono stati recentemente ottenuti risultati di buona positura per (5), risultati che hanno trovato anche importanti applicazioni allo studio delle leggi di conservazione in più dimensioni spaziali (al momento, non sono noti risultati generali nè di esistenza nè di unicità per sistemi di leggi di conservazione in più di una variabile spaziale). In *An overview on some results concerning the transport equation and its applications to conservation laws*, in collaborazione con G. Crippa, forniamo una panoramica informale su queste applicazioni.

Nell'articolo con L. Ambrosio, G. Crippa e A. Figalli otteniamo nuovi risultati di buona positura per l'equazione (5), considerando in particolare il caso in cui la regolarità BV venga meno in $t = 0$. Tali risultati vengono poi applicati allo studio di un particolare sistema di leggi di conservazione in una dimensione spaziale noto come sistema della cromatografia. Stesso argomento ha anche il lavoro *Existence and uniqueness results for the continuity equation and applications to the chromatography system*, sempre in collaborazione con L. Ambrosio, G. Crippa e A. Figalli.